This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**Über dieses Buch**

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

**Nutzungsrichtlinien**

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

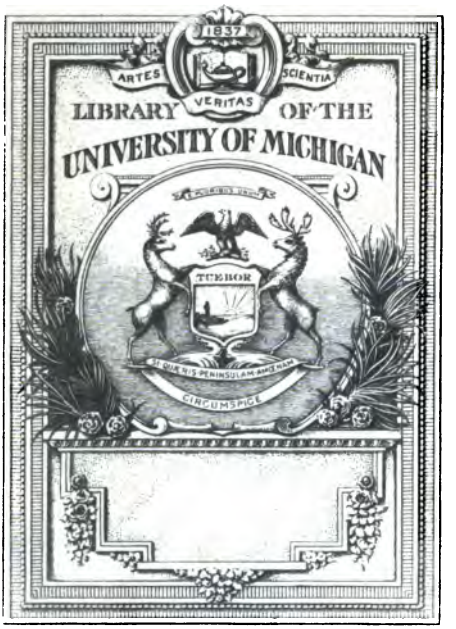
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

**Über Google Buchsuche**

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

QA
35
.M94

# GEOMETRIA
## Compendiaria Quadripartita.

Das ist:

Kurtz-verfaßte

Theoretisch-Practische

# Meß-Kunst/

In Vier Theilen/

Durch das

Länge-
Fläche-
Cörper-
und
Triangul-

} Messen/

Mit denen darzu gehörigen

## Kupffern/

Gar deutlich vorgestellet

von

Johann Ulrich Müllern/

Mathematophilo.

U L M/

In Verlag Georg Wilhelm Kühnen/

Anno 1706.

24 Mar 25

# Gunſt-gewogener Leſer.

WJe hoch-nothwendig die Edle Wiſſenſchafft der Geometrie ſeye/ und wie ſehr viel dem gemeinen Weſen daran gelegen/ alſo/ daß kein Stand derſelben wohl entrathen kan/ erhellet zur Genüge auß dem ſonderbahren groſſen Nutzen/ ſo demſelben darauß zuwächſet.

In den Kayſerlichen Rechten L. 2. C. D. Malef. & Matth. wird geleſen: Artem Geometriæ diſcere atque exercere publicè intereſſe, dem gemeinen Weſen ſeye viel daran gelegen/ daß die Meß-Kunſt öffentlich gelehret und geübet werde. Dann nach

History of scienc
Hutton
4-29-4
9831

 dieſer

dieſer Kunſt theilen Fürſten und Herren ihre Länder; durch dieſelbe werden die ſtreitende Gräntzen entſcheiden; die Generals-Perſohnen und Kriegs-Oberſten richten ſich darnach/ wann ſie ihre Läger außſtecken und ſchlagen/ Freunde und Feinde gebrauchen dieſelbe ſowohl in offenſione als auch defenſione; nicht nur die Architectura-Militaris, in Aufbauung der Feſtungen/ ſondern auch Civilis, in Aufrichtung der Häuſer/ welche dem gemeinen Weſen und Bürgern zugehören/ bedienet ſich derſelben/ und richten ſich nach ihr alle Baumeiſter: ja Bürger und Bauren wiſſen nach derſelbigen ihre Land-Güter und Felder abzumeſſen/ und ſich in Obacht zu nehmen/ daß ſie von böſen Nachbarn nicht möchten übermarcket und vervortheilet werden: Zu Summa/ der vielfältige groſſe Nutzen/ welchen alle

Stände auß der Geometrie schöpffen/ ist nicht genugsam zu beschreiben.

Bey denen Egyptiern/ Lacedämoniern und Persern wurde vor Zeiten keiner zu einem öffentlichen Ehren-Amt erwählet/ er hätte dann die Mathesin, und auß derselben insonderheit die Arithmeticam und Geometriam wohl verstanden; dieweilen sie darfür hielten/ dergleichen Leuthe wären nicht tüchtig genug/ solchen Ehren-Aemtern vorzustehen. (wie D. Laurenberg in Dedic. Instit. Arithm. anführet/) Deßwegen auch der Welt-berühmte Heydnische Philosophus Plato sehr weißlich über den Eingang seines Auditorii diese Worte hat schreiben lassen: Ἀγεωμέτρητος μηδεὶς εἰσίτω! Geometriæ ignarus nemo ingrediatur: Der Meß-Kunst Unerfahrner solle keiner hinein gehen. Womit er

andeuten und zu erkennen geben wollen/ daß er niemand für tüchtig erkenne/ andere und höhere Künsten und Wissenschafften zu ergreiffen/ welcher nicht vorhin seine genugsame Fundamenta in der Geometrie gelegt hätte.

In Ansehung und Betrachtung dessen nun/ Günstiger Leser/ hat der Herr Autor, welcher vor einiger Zeit zu Nutz und Besten deß gemeinen Wesens/ seine *Theoretisch-Practische* Rechen-Kunst wohl-meynend in Druck befördert/ also auch demselben zu eben diesem Ende und mit solch-aufrichtigem Gemüthe seine *Theoretisch-Practische Geometriam* oder Meß-Kunst außgefertiget/ von welcher er sich nicht scheuet zu bekennen/ daß er sich hierzu gleichfalls der besten und berühmtesten Authorum bedienet/ und auß denselben neben seinen eigenen Erfindungen/

gen/ gleichſam den Kern/ doch alſo klar und deutlich zuſammen getragen/ daß ein jeder Leſer hoffentlich von ſich ſelbſten dieſelbe gar leichtlich wird faſſen und begreiffen können/ oder doch nur einer gar wenigen Anweiſung darzu bedörffen.

Die hierinn vorgenommene Schreib-Art betreffend/ hat Herr Autor darbey ſeinen vorigen Methodum behalten/ und einen jeden Theil dieſer Geometrie anfänglich theoreticè per Theoremata, und hernach practicè per Problemata abgehandelt. Die Abtheilung an ſich ſelbſten aber hat er gemacht nach der Quantität dreyerley Arten/ nemlich der Linien/ Flächen und Cörper/ alſo/ daß er in dem erſten Theil vorſtellet die Euthymetriam oder Längen-Maß/ in dem II. Theil die Planimetriam oder Flächen-Maß/

in

in dem III. Theil die Stereometriam oder Cörper-Maß/ und weilen hierzu insonderheit auch die Trigonometria erfordert wird/ als hat er solche in dem IV. Theil tractirt.

Dieses ist also der kurtze Innhalt und Begriff dieser Theoretisch-Practischen Geometrie, wormit man einem jeden Liebhaber dieser Edlen Wissenschafft zu dienen gesucht hat.

Gleichwie man nun von vielen werthen Patronen und Liebhabern der Mathematischen Wissenschafft dessen versichert ist / daß denenselben deß Herrn Authoris bißhero in den Druck gegebene unterschiedliche Mathematische und Geographische Schrifften/ als der neu-außgefertigte kleine Atlas mit 163. Land-Cärtlein in zweyen Bänden/ ob-angedeute Theoretisch-Practische

etische Rechen-Kunst / die von ihm in das Teutsche übersetzte accurate Vorstellung der gantzen Mathematic P. Petri Galtruchii, &c. mit Kupffern; die über das Heil. Römische Reich / mit den beygefügten Gräntzen der Teutschen Ständen / Bezeichnung der Strassen / und der Distanz der Meilen gemachte Land-Carte / ingleichem die über den fœdem belli fœderato Gallici außgefertigte grosse Carte von 48. Tabellen ihnen wohl gefallen und beliebig angenommen worden / so lebet man der getrosten Zuversicht / daß gegenwärtige neu-verfertigte Geometrie gleicher massen dero Favor sich werde zu versehen haben / und Anlaß geben / mit mehrern dergleichen nutzlichen Schrifften ihnen zu dienen: indessen von Hertzen wünschend / daß gegenwärtige Arbeit durch deß Höchsten Beystand zu Beförderung deß

gemei-

gemeinen Nutzens / und aller Herren Liebhabern angenehmer Satisfaction gereichen möchte / denen dann dieſelbe hiemit beſter maſſen recommendirt wird.

# Der Theoretisch- Practischen Geometrie

## Erster Theil /

### Die Euthymetriam Vorstellend.

DJe Geometria ist eine Wissenschafft der Quantität / in so fern sie eine solche ist.

Und verstehen wir durch den Namen der Quantität ein Ding / das / so es gegen einem andern von gleicher Natur verglichen wird / kleiner oder gröſſer / gleich oder ungleich kan genannt werden / dergleichen seyn die Extensio, Zahl / Gewicht / Zeit / und Bewögung ; alles dieses / in so fern es also miteinander mag verglichen werden / ist das Object der Geometrie.

Dessen ungeachtet / so bleiben wir doch allein bey Betrachtung der Extension, welche (wie Pardies will) ein Exempel und Maaß aller anderen Quantitäten seyn kan.

Die Quantität / die allein eine Extension in die Länge hat / sonder einige Tieffe / heisset eine Linie ; die / so eine Länge und Breite hat / heisset Superficies eine Fläche ; und die / so eine

Länge / Breite und Tieffe hat / heisset ein Solidum der Cörper. Und daher rühren auch die 3. Theile der Geometrie, nemlichen die Euthymetria, der Längen Messung; die Planimetria oder Flächen Messung / und Stereometria die Cörper Messung.

In diesem Monat wollen wir die erste / als die leichteste vorstellig machen / und so dann der Ordnung nach auch zu denen übrigen schreiten.

# Die Euthymetria
## Oder
## Längen-Messung.

DEr Punct ist ein Anfang der Quantität / und bildet man selben sich so ein / als ob er gantz keine Extension hätte / und gantz untheilbar wär: seyn also das äusserste und Mittel einer Linie / Puncten.

Es ist / wie Herr Dr. Ruffeler in Geometria planor. meldet / der Natur sehr gemäß / wann man der Sachen annoch unbekannte Eigenschafften / auß dero genugsam bekannter Generation herleitet. Wie man sich dann leichtlichen einbilden kan / daß eine Linie auß der Bewögung eines dergleichen Puncten herrühre. Solche nun seyn entweder gerade / wo die Bewögung deß Puncten dem geradest und kürtzesten weg nach geschehen; oder sie ist krum / wo sie durch einige Umschweiffe verrichtet worden.

Un-

Unter denen letztern nun iſt die Circul-Linie die aller edelſte / und wird durch die Bewögung deß Puncts B die Linie A B generiret / da hergegen der andere Punct A, als centrum ſtill geſtanden / und bloß mit dem übrigen Theil in die Runde herummer bewöget worden. beſ. fig. 1. der 1. Platten. Dieſer folgen ſo dann auch die Ellipſis, Spiralis, Ovalis, &c. nach.

Dieſe Linie nun fürter zu betrachten / ſo ſtoſſen ſelbige entweder aneinander / oder es neiget ſich eine zur andern / ohne daß ſie einander berühren / wie A B, C D, fig. 2. der 1. Pl. oder ſie lauffen zuſammen / wie A B, C D, fig. 3. der 1. Pl. Oder ſie durchſchneiden einander / wie A B, D E, fig. 4. Oder ſie berühren einander bloß / wie A B, D E, fig. 5. berührter Platten.

Wann nun / (wie abermahlen Pardies in Elementis Geometriæ p. m. 2. redet) 2. Linien ſich in einem Punct berühren / und ſo dann eine von der andern abweichet / ſo entſtehet daher ein Winckel / und zwar ein recht oder gerad linichter / wann die Linien gerade; ein krummlinichter / wo ſie krumm; und ein vermengter / wo die eine krumm / die andere aber gerad iſt.

Und iſt jeder Winckel um ſo viel kleiner / um ſo mehr die Linien / worauß er beſtehet / gegen einander geneiget und incliniret ſeyn; je mehr ſie aber voneinander weggehen / je gröſſer wird auch der Winckel. Dahero ſoll man wol mercken / daß man der Winckel Gröſſe nicht

andeuten und zu erkennen geben wollen/ daß er niemand für tüchtig erkenne/ andere und höhere Künsten und Wissenschafften zu ergreiffen/ welcher nicht vorhin seine genugsame Fundamenta in der Geometrie gelegt hätte.

In Ansehung und Betrachtung dessen nun/ Günstiger Leser/ hat der Herr Autor, welcher vor einiger Zeit zu Nutz und Besten deß gemeinen Wesens/ seine *Theoretische/ Practische* Rechen- Kunst wohl- meynend in Druck befördert/ also auch demselben zu eben diesem Ende und mit solch-aufrichtigem Gemüthe seine *Theoretisch-Practische Geometriam* oder Meß-Kunst außgefertiget/ von welcher er sich nicht scheuet zu bekennen/ daß er sich hierzu gleichfalls der besten uñ berühmtesten Authorum bedienet/ und auß denselben neben seinen eigenen Erfindungen/

werden / und beyderſeits einander gleich ſeyn. Und nennt man in dieſem Fall dieſe Linien / eine nemlichen gegen der andern Perpendicular / DC, nemlichen gegen AB, und AC, gegen CD.

Wann aber D der einen Extremität deß Diameters naher iſt / dann der andern / wie fig. 7. der 1. Pl. ſo iſt ſolche Linie ſchief / und machet beyderſeits 2. ungleiche Winckel / davon der kleinere DCB, ein ſpitziger / der gröſſere ACD aber ein ſtumpffer Winckel iſt.

Reiſſet man die Linie CD vollend durch biß in E, ſo iſt ſolches wider ein neuer Diameter, und machet unten wider 2. Winckel / ſo daß in allem 4. ſeyn (fig. 9. der 2. Pl.) davon zwey / die einander nur in einem Puncten berühren / wie DCB und ACE oder ACD und BCE, die Scheitel-Winckel / die aber / ſo eine gemeine Seiten haben / die anguli deinceps genannt werden / wie ACD und DCB.

Zwey Linien werden Parallelen genannt / wann ſie aller Orthen in gleicher Weite von einander abſtehen. Z. E. die 2. Linien AB, und CD, ſeyn gegen einander parallel, wann ſie in AC, BD, und an andern Orthen gleich weit von einander abſtehen. beſ. fig. 8. der 2. Pl.

## Theoremata, die Winckel und Linien betreffend / worauf ſich die künfftige Practic gründet.

gemeinen Nutzens / und aller Herren Liebhabern angenehmer Satisfaction gereichen möchte / denen dann dieſelbe hiemit beſter maſſen recommendirt wird.

# Der Theoretisch- Practischen Geometrie

## Erster Theil /

### Die Euthymetriam Vorstellend.

DJe Geometria ist eine Wissenschafft der Quantität / in so fern sie eine solche ist.

Und verstehen wir durch den Namen der Quantität ein Ding / das / so es gegen einem andern von gleicher Natur verglichen wird / kleiner oder gröſſer / gleich oder ungleich kan genannt werden / dergleichen seyn die Extensio, Zahl / Gewicht / Zeit / und Bewögung; alles dieses / in so fern es also miteinander mag verglichen werden / ist das Object der Geometrie.

Dessen ungeachtet / so bleiben wir doch allein bey Betrachtung der Extension, welche (wie Pardies will) ein Exempel und Maaß aller anderen Quantitäten seyn kan.

Die Quantität / die allein eine Extension in die Länge hat / sonder einige Tieffe / heisset eine Linie; die / so eine Länge und Breite hat / heisset Superficies eine Fläche; und die / so eine

Länge / Breite und Tieffe hat / heisset ein Solidum der Cörper. Und daher rühren auch die 3. Theile der Geometrie, nemlichen die Euthymetria, der Längen Messung; die Planimetria oder Flächen Messung / und Stereometria die Cörper Messung.

In diesem Monat wollen wir die erste / als die leichteste vorstellig machen / und so dann der Ordnung nach auch zu denen übrigen schreiten.

# Die Euthymetria
## Oder
## Längen-Messung.

DEr Punct ist ein Anfang der Quantität / und bildet man selben sich so ein / als ob er gantz keine Extension hätte / und gantz untheilbar wär: seyn also das äusserste und Mittel einer Linie / Puncten.

Es ist / wie Herr Dr. Ruffeler in Geometria planor. meldet / der Natur sehr gemäß / wann man der Sachen annoch unbekannte Eigenschafften / auß dero genugsam bekannter Generation herleitet. Wie man sich dann leichtlichen einbilden kan / daß eine Linie auß der Bewögung eines dergleichen Puncten herrühre. Solche nun seyn entweder gerade / wo die Bewögung deß Puncten dem geradest und kürtzesten weg nach geschehen; oder sie ist krum / wo sie durch einige Umschweiffe verrichtet worden.

Un-

Unter denen letztern nun iſt die Circul-Linie die aller edelſte / und wird durch die Bewögung deß Puncts B die Linie A B generiret / da herentgegen der andere Punct A, als centrum ſtillegeſtanden / und bloß mit dem übrigen Theil in die Runde herummer bewöget worden. beſ. fig. 1. der 1. Platten. Dieſer folgen ſo dann auch die Ellipſis, Spiralis, Ovalis, &c. nach.

Dieſe Linie nun fürter zu betrachten / ſo ſtoſſen ſelbige entweder aneinander / oder es neiget ſich eine zur andern / ohne daß ſie einander berühren / wie A B, C D, fig. 2. der 1. Pl. oder ſie lauffen zuſammen / wie A B, C D, fig. 3. der 1. Pl. Oder ſie durchſchneiden einander / wie A B, D E, fig. 4. Oder ſie berühren einander bloß / wie A B, D E, fig. 5. berührter Platten.

Wann nun / (wie abermahlen Pardies in Elementis Geometriæ p. m. 2. redet) 2. Linien ſich in einem Punct berühren / und ſo dann eine von der andern abweichet / ſo entſtehet daher ein Winckel / und zwar ein recht oder gerad linichter / wann die Linien gerade; ein krummlinichter / wo ſie krumm; und ein vermengter / wo die eine krumm / die andere aber gerad iſt.

Und iſt jeder Winckel um ſo viel kleiner / um ſo mehr die Linien / worauß er beſtehet / gegen einander geneiget und incliniret ſeyn; je mehr ſie aber voneinander weggehen / je gröſſer wird auch der Winckel. Dahero ſoll man wol mercken / daß man der Winckel Gröſſe nicht

nach der Länge ihrer Seiten/ sondern nach der Inclination urtheile.

Und wird insgemein ein Winckel mit 3. Buchstaben bemerckt/ davon der mittlere der Punct deß Zusammen-Laufs der Linien anzeiget/ z. E. D C A, fig. 6. der 1. Pl. bemercket den durch die zwey Linien DC, AC, gemachten Winckel/ so daß C der gemeine Punct ist/ da eine Linie die andre berühret.

Wir haben allbereit Anregung gethan/ daß wo wir uns einbilden / die Linie A B, setze bey A gleichsam angeheffter und bewöge sich allgemählichen um A als das Centrum herummer/ so generire selbe im herummer bewögen die krumme Linie/ oder die Circul-Circumferenz. besi. fig. 1. der 1. Pl. da dann ein Theil der Circumferenz (fig. 6. der 1. Pl.) nemlich D B, oder D A, ein Bogen heisset. A B, so durch die Circumferenz beyderseits determinirt wird / heisset der Diameter, so den Circul in 2. gleiche Theile theilet. *fig. 7.*

C D, aber / oder C A, C B, so von dem Centro A biß an die Circumferenz gezogen wird/ heisset Radius oder Semidiameter. Und seyn alle Radii oder Semidiametri eines Circuls untereinander gantz gleich. *fig. 6.*

Wann die Extremität D von A und B denen äussern Puncten deß Diametri gleich weit abstehet/ d. i. wann D in der halben Circumferenz mitten stehet/ so machet die Linie C D, 2. Winckel A C D, und B C D, so rechtwincklichte genañt wer-

werden / und beyderſeits einander gleich ſeyn. Und nennt man in dieſem Fall dieſe Linien / eine nemlichen gegen der andern Perpendicular / DC, nemlichen gegen AB, und AC, gegen CD.

Wann aber D der einen Extremität deß Diameters naher iſt / dann der andern / wie fig. 7. der 1. Pl. ſo iſt ſolche Linie ſchief / und machet beyderſeits 2. ungleiche Winckel / davon der kleinere DCB, ein ſpitziger / der gröſſere ACD aber ein ſtumpffer Winckel iſt.

Reiſſet man die Linie CD vollend durch biß in E, ſo iſt ſolches wider ein neuer Diameter, und machet unten wider 2. Winckel / ſo daß in allem 4. ſeyn (fig. 9. der 2. Pl.) davon zwey / die einander nur in einem Puncten berühren / wie DCB und ACE oder ACD und BCE, die Scheitel-Winckel / die aber / ſo eine gemeine Seiten haben / die anguli deinceps genannt werden / wie ACD und DCB.

Zwey Linien werden Parallelen genannt / wann ſie aller Orthen in gleicher Weite von einander abſtehen. Z. E. die 2. Linien AB, und CD, ſeyn gegen einander parallel, wann ſie in AC, BD, und an andern Orthen gleich weit von einander abſtehen. beſ. fig. 8. der 2. Pl.

## Theoremata, die Winckel und Linien betreffend / worauf ſich die künfftige Practic gründet.

## 1. Theorema.

Die Winckel / so gleiche Bögen haben / seyn auch einander gleich. Dann wann der Bogen A D dem Bogen D B gleich ist / so gleichen auch die Winckel ACD und BCD einander. beſ. fig. 6. der 1. Pl.

## 2. Theorema.

Zwey anguli deinceps zu gleich genommen / gleichen zweyen rechten Winckeln / dann die Linie AB fig. 6. der 1. Pl. ist der Diameter, und weilen er den Circul in 2. gleiche Theile theilet / so werden die Bögen / A D, D B, zu gleich genommen / dem halben Circul gleichen. Also auch die 2. Winckel ACD und BCD, wann man sie zusammen nehmet / gleichen zweyen rechten Winckeln / weilen sie den halben Circul erfüllen.

Dahero ist dieſes ein allgemeines Theorema: wann eine gerade Linie über einer andern geraden zu stehen kommt / so machen selbe die 2. angulos deinceps, zu 2. rechten Winckeln / oder sie gleichen zweyen rechten. Dann wann die Linien perpendicular seyn / wie A B, C D, fig. 6, so seyn alle beyde Winckel 2. rechte. Ist aber die eine Linie schif / wie C D fig. 7. über A B, so seyn zwar die Winckel ungleich / alleine um so viel der stumpfe Winckel ACD gröſſer ist als der rechte ACE, um so viel ist auch der spitzige Winckel BCD kleiner dann eben gemelter rech-

rechte: wird alſo deß einen Kleinigkeit durch deß andern Gröſſe erſetzet.

Und wann 2. Winckel / ſo eine gemeine Seiten haben / zweyen rechten Winckeln gleichen / ſo machen die übrigen Seiten eine gerade Linie.

## 3. Theorema.

Die Scheitel-Winckel ſeyn untereinander gleich. Man ziehe die 2. Linien ACB, ECD, ſo iſt der Winckel BCD, dem Winckel ACE gleich. Dann es machet der Bogen BD, mit dem Bogen AD einen halben Circul / auf gleiche Weiſe machet auch der Bogen AD mit dem Bogen AE auch einen halben Circul / dahero iſt der Bogen DB dem Bogen AE gleich / weilen der Bogen AD jedes mahl einen halben Circul außmachet / man mag hernacher DB oder AE darzu nehmen. Gleicher Urſachen halber gleichet auch der Winckel ACD dem Winckel BCE. beſ. fig. 9. der 2. Pl.

## 4. Theorema.

Wann eines Winckels Schenckel BC, CH Z. E. fig. 10. der 2. Pl. von der überzwerchen Linie BH oder BD oder BG durchſchnitten worden / welche Linien man die Baſen nennen möchte / ſo 2. neue Winckel macht / wann / ſage ich / ſo dann ein Winckel BCH, dem andern FCH gleich iſt / und dieſes Schenckel / jenes ſeinem / inſonderheit genommen / gleich ſeyn / wañ Z. E.

HC beyden gemein / und BC und FC einander gleichen / daß ſo dann auch die Baſes HB, FH, und die Winckel / ſo an denen gleichen Schenckeln ligen / CHB und CHF, ingleichem CBH und CFH einander gleichen: Und wo ſich die Schenckel auf vorbeſagte Weiſe verhalten / auch die Baſes BH, HF, gleich genommen werden / daher die Gleichheit aller Winckel / auch derer / ſo der Baſi entgegen ſtehen / nemlich HCB, HCF erfolge: welches wo man in Gedancken den halben Circul DBE mit allen ſeinen Linien über den andern halben Circul DFE leget / vor ſich ſelbſten klar erhellet. Und alſo werden hierinnen auf einmal die 4. 5. und 8. Pr. L. 1. Euclidis, wie nicht weniger die 3. 27. und 29. Pr. L. III. begriffen. man beſ. Cl. Sturmii Math. enucl. def. VIII. Conſect. 5. p. m. 15.

## 5. Theorema.

Wann die gerade Linie EF fig. 11. der 2. Pl. auf die zwey andere AB und CD fället / und erſtlich den äuſſern Winckel AGE dem innern und entgegen geſetzten CHG gleich machet / oder zweitens die innern Wechſel Winckel (angulos internos alternatim poſitos) BGH, CHG gleich machet: oder drittens die zwey innere entgegen geſetzt AGH und CHG zweyen rechten Winckeln gleichen / ſo ſeyn beſagte 2. Linien AB, CD Parallelen. Und hingegen / wann dieſe Parallel ſeyn / ſo werden ſich beſagte Winckel alſo gegen einander verhalten. Und dieſes ſeyn Euclid. 27. 28. und 29. Pr. I.

5. Theo-

## 6. Theorema.

Die drey Winckel / ſo auß dem zuſammen Lauff dreyer geraden Linien entſtanden/ 1. 2. 3. fig. 12. der 2. Pl. machen / wo man ſie zuſammen nehmet / zwey rechte Winckel. Dann wann man BE mit AC parallel ziehet/ ſo ſeyn II. und 2/ ingleichem III und 3. einander gleich nach dem 4. Theorem. Es machen aber I. II. III. zuſammen 2. rechte Winckel nach dem 1. Theorem. und der 32. I. Euclidis.

## 7. Theorema.

Eines jeden Winckels Schenckel AB, AC, ſo an der Baſi BC hangen (fig. 13. der 2. Pl.) werden durch eine jede mit der Baſi parallele Linie DE, proportional durchſchnitten/ ſo daß AD gegen DB eben ſo eine Ration und Verhaltnuß hat/ wie AE gegen EC, welches auß der Parallelen Bewögung der Linie d e mit B C gegen m n von ſelbſten erhellet/ und dieſes iſt 2. Pr. III. Euclidis.

## 8. Theorema.

Die Schenckel gleicher Winckel A und a, (fig. 14. der 2. Pl.) ſeyn / wo auch die übrigen Winckel nechſt der Baſen, ein jeder dem andern/ B nemlich b, und C, c gleichen / gegen einander proportional, d. i. wie ſich verhält A B gegen A C, alſo verhält ſich auch a b gegen a c welches/ wo man die gleichen über einander leget / auß vorhergehendem Theoremate erhellet.

Ehe und bevor wir weiter gehen / wollen wir auch mit wenigem von denen Maſſen / ſo bald bey allen Erd-Mäſſern gebräuchlich ſeyn / handlen.

Solche nun ſeyn. Granum Pavaveris ein Mohn-Kernlein / das kleinſte Maß unter allen / und machen 5. ein Gerſten Kernlein auß.

2. Granum hordeaceum ein Gerſten-Kernlein / iſt die Breite ermelten Kernleins.

3. Digitus ein Zoll / und dieſer iſt entweder ein kleiner Zoll ; und hält 4. Gerſten-Kernlein ; oder ein groſſer / Pollex oder Uncia, und iſt ein eigentlicher ſo genannter Zoll / hält auch $\frac{5}{7}$ Gerſten-Kernlein / derer ein Schuh ordinair 12. hat.

4. Palmus minor, eine quere Hand / hält 4. kleine / oder 3. groſſe Zoll / und iſt der vierte Theil eines Schuhs.

Palmus major oder Spithama eine Spanne / hat 3. palmos minores oder quere Händ / oder 12. kleine Zoll / und dieſes iſt der Römer Palmo.

6. Pes ein Schuh / hat 16. kleine / und 12. groſſe Zoll / iſt aber bey verſchiedenen Nationen ſehr ungleich.

Dann wann man den recht Rheinländiſchen Schuh in 1000. gleiche Theile theilet / ſo hat der Königliche Schuh zu Pariß 1035. dergleichen ; der Römiſche Schuh Veſpaſiani hält im Gegentheil 1015 / der Straßburger Schuh 922.

7. Ulna, Cubitus eine Ehlen / hält 1½ Schuh / an etlichen Orthen aber auch 2. 8. Paſ-

8. Paſſus minor, Gradus ſeu Greſſus ein einfacher Schritt ſo meiſt 2½ oder auch 2. Schuh hält.

9. Paſſus major ein gedoppelter Schritt/ ſo 5. Schuh außmachet.

10. Orgyia eine Klaffter/ fr. une Toiſe, hat 6. Schuh/oder wie andre wollen/3. Ehlen.

11. Pertica, Decempeda eine Ruthe/iſt auch von verſchiedener Gröſſe und Theilung/ die Frantzoſen gaben ſelber wie weiland die Römer 10. Schuh. Eine Rheinländiſche Ruthe hat 12. Rheinländiſche Schuh/ und ein Rheinländiſ. Schuh hat 12. Zoll. &c.

Eine Feld-Ruthe aber iſt eben jezuweilen auch ſo lang/ wird aber nur in 10. Schuh getheilet. Andere geben der Ruthen 10. gemeine Schuh/ welches ſich ſehr bequem zum vergleichen ſchicket. In der Fortification bedienet man ſich meiſtens der Rheinländiſchen Ruthen und Schuhen/ ſo nach der Decimal Maaß gerichtet iſt.

12. Stadium ein Pferd-Lauff iſt eine alte Maaß-Arth/ ſo vor jetzt nimmer gebräuchlich iſt. Er war der achte Theil einer Italiäniſchen Meilen/ und hielte 125. groſſe Schritt oder 625. Schuh. 32. Stadia machen 1. teutſche Meil.

13. Milliare Italicum eine Welſche Meil hält 8. Stadia d. i. 1000. Geometriſche ſchritt oder 5000. Schuh.

14. Eine teutſche Meilen hat 4. Italiäniſche Meilen oder 4000. Schritt/ und machen

HC beyden gemein / und BC und FC einander gleichen / daß ſo dann auch die Baſes HB, FH, und die Winckel / ſo an denen gleichen Schenckeln ligen / CHB und CHF, ingleichem CBH und CFH einander gleichen: Und wo ſich die Schenckel auf vorbeſagte Weiſe verhalten / auch die Baſes BH, HF, gleich genommen werden / daher die Gleichheit aller Winckel / auch derer / ſo der Baſi entgegen ſtehen / nemlich HCB, HCF erfolge: welches wo man in Gedancken den halben Circul DBE mit allen ſeinen Linien über den andern halben Circul DFE leget / vor ſich ſelbſten klar erhellet. Und alſo werden hierinnen auf einmal die 4. 5. und 8. Pr. L. 1. Euclidis, wie nicht weniger die 3. 27. und 29. Pr. L. III. begriffen. man beſ. Cl. Sturmii Math. enucl. def. VIII. Conſect. 5. p. m. 15.

## 5. Theorema.

Wann die gerade Linie EF fig. 11. der 2. Pl. auf die zwey andere AB und CD fället / und erſtlich den äuſſern Winckel AGE dem innern und entgegen geſetzten CHG gleich machet / oder zweitens die innern Wechſel Winckel (angulos internos alternatim poſitos) BGH, CHG gleich machet / oder drittens die zwey innere entgegen geſetzt AGH und CHG zweyen rechten Winckeln gleichen / ſo ſeyn beſagte 2. Linien AB, CD Parallelen. Und hingegen / wann dieſe Parallel ſeyn / ſo werden ſich beſagte Winckel alſo gegen einander verhalten. Und dieſes ſeyn Euclid. 27. 28. und 29. Pr. I.

5. Theo-

## 6. Theorema.

Die drey Winckel / ſo auß dem zuſammen Lauff dreyer geraden Linien entſtanden / 1. 2. 3. fig. 12. der 2. Pl. machen / wo man ſie zuſammen nehmet / zwey rechte Winckel. Dann wann man BE mit AC parallel ziehet / ſo ſeyn II. und 2 / ingleichem III und 3. einander gleich nach dem 4. Theorem. Es machen aber I. II. III. zuſammen 2. rechte Winckel nach dem 1. Theorem. und der 32. I. Euclidis.

## 7. Theorema.

Eines jeden Winckels Schenckel AB, AC, ſo an der Baſi BC hangen (fig. 13. der 2. Pl.) werden durch eine jede mit der Baſi parallele Linie DE, proportional durchſchnitten / ſo daß AD gegen DB eben ſo eine Ration und Verhaltnüß hat / wie AE gegen EC, welches auß der Parallelen Bewögung der Linie d e mit B C gegen m n von ſelbſten erhellet / und dieſes iſt 2. Pr. III. Euclidis.

## 8. Theorema.

Die Schenckel gleicher Winckel A und a, (fig. 14. der 2. Pl.) ſeyn / wo auch die übrigen Winckel nechſt der Baſen, ein jeder dem andern / B nemlich b, und C, c gleichen / gegen einander proportional, d. i. wie ſich verhält A B gegen A C, alſo verhält ſich auch a b gegen a c welches / wo man die gleichen über einander leget / auß vorhergehendem Theoremate erhellet.

Ehe und bevor wir weiter gehen / wollen wir auch mit wenigem von denen Massen / so bald bey allen Erd-Mässern gebräuchlich seyn / handlen.

Solche nun seyn. Granum Pavaveris ein Mohn-Kernlein / das kleinste Maß unter allen / und machen 5. ein Gersten Kernlein auß.

2. Granum hordeaceum ein Gersten-Kernlein / ist die Breite ermelten Kernleins.

3. Digitus ein Zoll / und dieser ist entweder ein kleiner Zoll ; und hält 4. Gersten-Kernlein: oder ein grosser / Pollex oder Uncia, und ist ein eigentlicher so genannter Zoll / hält auch $5\frac{1}{3}$ Gersten-Kernlein / derer ein Schuh ordinair 12. hat.

4. Palmus minor, eine quere Hand / hält 4. kleine / oder 3. grosse Zoll / und ist der vierte Theil eines Schuhs.

Palmus major oder Spithama eine Spanne / hat 3. palmos minores oder quere Händ / oder 12. kleine Zoll / und dieses ist der Römer Palmo.

6. Pes ein Schuh / hat 16. kleine / und 12. grosse Zoll / ist aber bey verschiedenen Nationen sehr ungleich.

Dann wann man den recht Rheinländischen Schuh in 1000. gleiche Theile theilet / so hat der Königliche Schuh zu Pariß 1035. dergleichen ; der Römische Schuh Vespasiani hält im Gegentheil 1015 / der Straßburger Schuh 922.

7. Ulna, Cubitus eine Ehlen / hält $1\frac{1}{2}$ Schuh / an etlichen Orthen aber auch 2. 8. Pas-

8. Paſſus minor, Gradus ſeu Greſſus ein einfacher Schritt ſo meiſt 2½ oder auch 2. Schuh hält.

9. Paſſus major ein gedoppelter Schritt/ ſo 5. Schuh außmachet.

10. Orgyia eine Klaffter/ fr. une Toiſe, hat 6. Schuh/oder wie andre wollen/3. Ehlen.

11. Pertica, Decempeda eine Ruthe/iſt auch von verſchiedener Gröſſe und Theilung/ die Frantzoſen gaben ſelber wie weiland die Römer 10. Schuh. Eine Rheinländiſche Ruthe hat 12. Rheinländiſche Schuh/ und ein Rheinländiſ. Schuh hat 12. Zoll. &c.

Eine Feld-Ruthe aber iſt eben jezuweilen auch ſo lang/ wird aber nur in 10. Schuh getheilet. Andere geben der Ruthen 10. gemeine Schuh/ welches ſich ſehr bequem zum vergleichen ſchicket. In der Fortification bedienet man ſich meiſtens der Rheinländiſchen Ruthen und Schuhen/ ſo nach der Decimal Maaß gerichtet iſt.

12. Stadium ein Pferd-Lauff iſt eine alte Maaß-Arth/ ſo vor jetzt nimmer gebräuchlich iſt. Er war der achte Theil einer Italiäniſchen Meilen/ und hielte 125. groſſe Schritt oder 625. Schuh. 32. Stadia machen 1. teutſche Meil.

13. Milliare Italicum eine Welſche Meil hält 8. Stadia d. i. 1000. Geometriſche ſchritt oder 5000. Schuh.

14. Eine teutſche Meilen hat 4. Italiäniſche Meilen oder 4000. Schritt/ und machen

derer 15. einen Grad in Geographia 15. Leuc eine Frantzös. Meile hält 1½ Ital. Meilen/d. i. 1500. Schritt.

Alle diese Massen seyn einfach / und misset man die Linien damit / da man herentgegen die Flächen mit Quadrat massen misset/worvon bereits in der Arithmetic gehandelt worden.

## Die Praxis.

### Oder die vornehmste Problemata, so die Linien und Winckel angehen.

### 1. Problema.

Die länge einer jeden gegebenen geraden Linie/ zu der man kommen kan/ zu messen.

Dieses geschihet im Felde durch eine in ihre Schuh und Zoll eingetheilte Ruthen/ auf dem Papier aber durch Hilff einer Scalen oder Maß-Stabes/so entweder gantz schlecht/wie AB,oder besser elaborirt wird/ wie CD, EF (fig. 15. der 2. Pl.)

Wie die erste soll gemachet werden/ erhellet von selbsten; die andere aber fertiget man also auß: Man reisse erstlich das Parallelogramm CDEF, Fig. 15. der 2. Pl. und theile es der Länge nach in 10. oder auch mehr oder wenigere gleiche Theile/(hier haben wirs deß Raums halber nur in 5. getheilet) durch GN, HO, IP, KQ, LR, nach der Breite aber theile man es wider in 10. glei-

gleiche Theile/ in aa, bb, cc, dd, ee, ff, gg, hh, ii. hinwiderum theile man das erſte kleine Quadrat CGEN, der länge nach/ noch mahlen in 10. gleiche Theilichen / und zwar unten und oben/ N. E. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10/ und unten/ N, e, r, q, p, o, n, m, l, k, E, und ziehe ſolche Theilichen durch ſchife Linien/ nemlichen 1 q, 2 p, 3 o, 4 n, &c. zuſammen / ſo iſt der Maaß-Stab fertig/ worauf man erſtlich CG, GH, HI etc. vor ruthen/ G 1/ 1. 2/ 2. 3 ꝛc. vor Schuh/ und 1. 0/ 2. 0/ 3. 0. vor Zoll gantz bequem gebrauchen kan dann aleich wie G 1 der zehende Theil von GH oder CG iſt/ alſo iſt auch 1 0/ der zehende Theil von G 1 ꝛc. Beider fürtern Gebrauch wollen wir im Aufreiſſen weiſen und erklären. Der Inventor dieſes Maaß-Stabs ſoll der berühmte Tycho de Brahe geweſen ſeyn.

## 2. Problema.

Eines gegebenen zugänglichen Winckels Gröſſe zu meſſen.

Dieſes geſchiehet im Felde durch einen Circul oder Semicircul / der da in ſeine Grad und Minutē nett eingetheilet/ und mit ſeinem Linial und Abſehen verſehen worden/ auf dem Papier aber geſchiehet es durch einen Transporteur.

## 3. Problema.

Einem gegebenen Winckel BDC fig. 16. der 3. Pl. auf einer gegeben Linien bd einen anders gleicher zu machen.

Auf dem Papier ziehet man auß dem Cen-

tro D mit beliebiger Circul Weite den Bogen B C, mit eben dieſer Weite ziehe man auch auß d einen andern / und zwar in etwas gröſſern Bogen b e, ſchneide darauf den Bogen b c, ſo B C gleich ſeye/ab/ und reiſſe d e. Auf dem Felde / allwo man ſich keines Hand Circuls bedienen kan / geſchiehet ſolches auf die Weiſe / die die 17. fig. der 3. Pl. genugſam an Handen giebet/ oder durch hilff eines Semicirculs.

NB. Wie man aber einen jeden Winckel mit bloſſen Stäben und Meß-Ketten im Felde außſtecken ſoll / iſt was curieuſes, und bißhero ſehr wenigen bekannt geweſen/und beſtehet ſolches in nachfolgendem: Hierzu nun hat man bloß der gemeinen Sinus Tabellen von nöthen/ die Praxis ſelbſten aber verhält ſich alſo: Es ſey Z. E. gegeben die Linie B, auß derer Punct B man einen Winckel von 62. gr. 30. Minuten reiſſen ſolle/ ſo nehme man auß einer Scalen mit dem Circul 500. Theilichen/und reiſſe mit/ſolcher Weite auß B den Bogen CD; fürters theile man deß Winckels Zahl mit 2 / kommen hier vor den Quotienten 31. gr. 15. min. dieſer Zahl ſinum ſuche man dann welcher iſt 51877/ wann man nun davon die zwey letztere Zahlen abſchneidet/ ſo bleiben 518/ oder weilen die abgeſchnittene erſte Zahl gröſſer iſt dann 5/ ſo nehme man 519 / dieſe theilichen faſſe man mit dem Circul auß voriger Scala, und trage ſie auf den zu erſt gezogenen Bogen/ CD, von C in D, und ziehe die Linie B D, ſo wird ſolche mit BC

einen

einen Winckel von 62. gr. 30. min. außmachen. (beſ. die 18. fig. der 3. Pl.)

Soll man aber einen angulum obtuſum reiſſen/ ſo ſuchet man nach oben gewiſener Arth den angulum Complementi, ſo gibet ſich der auf der andern Seiten von ſelbſten.

Im Felde läſſet ſich dieſes ſehr übel practiciren/ leichter aber kan mans thun auf nachfolgende Weiſe: da ſoll man nun wie vorhin bemelten Winckel von 62. gr. 30. min. außſtecken / ſo trage man von E gegen F 100. Schuh/ und richte am Ende ſelber eine accurate Perpendicular-Linie auf/ ſuche hernacher den Tangenten deß gegebenen Winckels von 62/ 30/ ſchneide von ſelben hinten die 3. letztere Zahlen ab / bleiben 192 Schuh / dieſe trage man auf die Perpendicular-Linie/ von F gegen G, ſo wird die Linie EG mit EF den verlangten Winckel machen. beſ. fig. 19. der 3. Pl.

## 4. Problema.

Auf einer gegebenen Linie AB fig 20. von einem gegebenen Punct C eine Perpendicular-Linie CD aufzurichten.

Mann ſetze den einen Circul-Fuß in C, und nehme auf der gegebenen Linie die 2. Punchen E, F, ſo gleich weit von C abſtehen / dann mache man auß E und F mit beliebiger Circul Weite oben in D, und auch unten einen Durchſchnitt / und reiſſe CD. Im Felde verrichtet man ſolches durch Hülffe zweyer gleicher Säi-

ley

ler oder Meß-Ketten ED, FD. beſ. fig. 21. der 3. Pl.

## 5. Problema.

Eine jede gegebene Linie/ Z. E. fig. 20. der 2. Pl. oder einen gegebenen Winckel EDF fig. 21. der 3. Pl. in 2. gleiche Theile zu theilen.

Wann man auß E und F eben dieſes thut/ was man im vorhergehenden Probl. gethan/ ſo hat man/ was verlanget worden.

## 6. Problema.

Die Diſtanz zweyer Oerther D, B, fig. 22. der 3. Pl. auß einem dritten Orth C zu meſſen/ wann man zu allen dreyen gehen kan.

Man erlängere DC und BC hinderſich/ biß Ca und Ce denen zu erſt gemeſſenen/ dem 5. Problemate nach gleich werden/ oder man nehme nur den halben Theil/ davon/ nemlich CA, CE, oder auch deren dritten Theil/ ſo wird die Weite ae/ DB gleich/ oder AE der halbe Theil/ ꝛc. ſeyn/ beſ. das 3. und 6. Theorema.

## 7. Problema.

Die Diſtanz zweyer Orther B und A. fig. 23. der 3. Pl. wann man nur zu einem darvon kommen kan/ außzufinden.

Erſtlich ſtecke man den Stab C nach Belieben/ und einen andern in E, der mit A und C in einer geraden Linie ſeye. Dann erlängere man CB und EB biß BD und BF ſelbigen gleich werden/ fürters richte man den Staab G alſo auf/ daß er mit B und A, wie auch mit F und D

in einer geraden Linie ſeye / ſo wird BG gleich ſeyn BA, der verlangten Diſtanz.

N. Sonſten kan man auch alle Diſtanzen durch ein gar geringes Inſtrument, und zwar auß einem einzigen Stand außfinden / nemlich man laſſe ſich ein viereckichtes Brett ABCD machen / darauf reiſſe man den Bogen EF auß G, laſſe fürters in dem Centro G einen gerechten Winckelhacken feſt machen / ſo daß er ſich darinnen recht umdrehen könne. Die Seite EG muß in m und n mit zweyen Abſehen außgerüſtet ſeyn / nicht weniger ſoll auch der Winckelhacken an der Seiten IH ſeine Abſehen haben / wie bey K und L zuſehen. Wann nun alles beſagter maſſen fertig / ſo gehet man mit dem Inſtrument ins Feld / miſſet eine Linie / hier AO nach Schuhen oder Schritten genau ab / ſetzet dann das Inſtrument auf ſein Stativ, ſo daß deſſen Centrum G gerad auf den Anfang der Linie / ſo man gemeſſen / und jeden Schritt oder Schuh gebührend mit einem Stab verſehen hat / kommt / und ſchauet erſtlich mit dem Abſehen m und n gegen O, läßts alſo ſtehen / mit den Abſehen deß Winckelhackens aber / nemlich mit KL ſihet man nach denen außgeſteckten Stäben hin / ſolchen hin und widerruckende / biß er recht und genau dorthin paſſe / hier ſtehet er Z. E. auf 500. Schritt oder Schuh / wann nun das Winckel-Maaß alſo ſtehet / ſo ziehe man in dem zuvor geriſſenen Circul-Bogen nach deß Winckelmaſſes Seiten GH eine kleine

Linie/ und ſchreibe 500. darzu / und alſo mache mans auch mit denen andern Schritten und Schuhen/ biß man alle/ biß etwa auf 2000. weniger oder mehr Schritt oder Schuh verzeichnet hat / ſo kan man dann mit geringer Müh mit dieſem alſo verfertigten Inſtrument alle Diſtanz ohne ſonderbare Schwehrigkeit außmeſſen. Dann wann man Z. E. erforſchen wolte/ wie weit von G biß P, ſo ſtelle man nur das Inſtrument, wie hier in beygefügter 24. fig. der 2. Pl. zu ſehen / ſchaue durch die unbewögliche Dioptras gegen dem Zihl / damit man die gerade Linie GP habe / nach dieſem lencke man den Winckelhacken ſo lange / biß man durch deſſen Abſehen das Zihl B ebenermaſſen zuſchauen bekomme / und ſehe nach deme / wie viel Schritt oder Schuh deſſen eine Seiten im Circul-Bogen abſchneide / hier ſeyen 500. Schritt oder Schuh / ſo weiſen ſolche die verlangte Diſtanz. Fig. 24. fig. der 2. Pl.

## 8. Problema.

Die Weite zweyer Oerther A und B fig. 25. der 2. Pl. darzu man nicht kommen kan/ auszumeſſen. Man ſuche erſtlich AC und BC nach dem 7. Probl. und procedire ſo dann nach dem 6. Pr. ſo hat man was begehret worden.

## 9. Problema.

Die zugängliche und unzugängliche Höhen der Gebäu AB fig. 25. 26. der 2. Pl. auf eine gantz ſchlechte Arth außzufinden.

1. Rich-

1. Richte man den Stab DE perpendicular, und zwar dergeſtalten auf/ daß das Aug in C deſſen obere Spitzen in E mit dem Gipffel B in einer Linie CEB ſehe. 2. Bezeichne man im erſten Fall auß denen Puncten D und A, im andern Fall aber (wo man zuvor CA nach dem 6ten Probl. gefunden/ und ca ihr gleich genommen) auß d und a auf deß Feldes Fläche die Perpendicular Höhe DE oder De, und AF oder af, und jene zwar nehme man dem Stab DE gleich. 3. Stecke man einen andern Stab in b, daß er mit ec und fa oder FA in einer geraden Linie ſey/ ſo iſt Ab oder ab der Höhe AB gleich.

## 10. Problema.

Zu einer gegebenen Linie AB fig. 27. der 4. Pl. durch einen gegebenen Punct C eine parallel-Linie zu ziehen.

Man reiſſe CD nach Belieben und mache den Winckel 2. dem Winckel 1. gleich/ ſo hat man/ was begehret worden. Oder nach der 28. fig. der 4. Pl. ziehe man den Bogen CD, ſtelle den Circul auf AB, und reiſſe die andern Bögen EF, GH nach belieben/ daß ſie einander gleichen/ ſo wird die durch CEH gezogene Linie/ die verlangte Parallel ſeyn.

## 11. Problema.

Eine gerade Linie AB fig. 29. der 4. Pl. in die begehrte gleiche Theile zu theilen/ z. E. hier in 6. Man trage auf eine beliebige Linie CD nach Gefallen ſo viel gleiche Theile/ in die gegebene Linie ſoll getheilet werden/ nehme

darauf ſelbige Länge mit dem Circul/ und m
che auß C und D oben in E einen Durchſchni
reiſſe darauf DE und CE, 1 E, 2 E, 3 E, 4 E 5
dann nehme man mit einem Circul die Läng
der gegebenen Linie AB, und trage auß E in A
und B, ſo wird die überzwerche Linie AB der g
gebenen gleich / und in die begehrte Theile g
theilet ſeyn.

## 12. Problema.

Zu dreyen gegebenen die vierte / oder z
zweyen gegebenen geraden Linien die dritt
Proportional-Linie außzufinden.

Man reiſſe fig. 30. der 4. Pl. den Winckel/
und ſetze darauf die 3. gegebene Linien DE, EF
DG, ſeyn aber nur 2. Linien gegeben / ſo wird
die zweyte / wo man ſie zweymal nehmet / für
die dritte paſſiren müſſen) ziehet darauf GE zu
ſammen / und reiſſet zu ſelber die Parallel Lini
FH, ſo iſt GH die vierte oder dritte Proportio-
nal-Linie/ die man geſucht hat/ und dieſes zwa
nachdem 6. Theoremate.

## 13. Problema.

Zu zweyen gegebenen geraden Linien AB
und BD fig. 31. der 4. Pl. die mediam propor-
tionalem außzufinden.

Man vereinbare die 2. gegebene Linien in
eine gerade ABD, und reiſſe auß derer Mitten
C einen halben Circul/ ſo wird die aufgerichtete
Perpendicular-Linie BE biß an den halben Cir-
cul die mediam proportionalem geben.

Und ſo viel habe von der Euthymetria mel-
den wollen / das übrige erſpahre ich biß in die
Trigonometrie.

Der

# Der Geometrie Anderer Theil/

## Die Epipedometria oder Planimetria.

### Theorie.

Eine Figur ist ein aller Orthen umschriebenes Spatium. Seyn nun die Linien die solches umgräntzen/ gerad/ so heisset sie eine gerad linichte Figur/ wo krumm/ so ist sie eine krummlinichte/ seyn die Linien aber theils gerad/ theils krumm/ so nennet man sie eine vermengte Figur.

Die Figuren seyn entweder flach/ wo sie auf der Fläche stehen/ oder sie seyn dichte/ und ein Cörper/ so auß 3. dimensionen bestehen. Allhier wollen wir allein von denen flachen Figuren handlen.

Alle Linien/ so die Figur umgräntzen/ wo man sie zugleich nehmet/ machen die Circumfe-

renz oder Perimetrum, oder den Umfang der Figur.

Auß allen krummlinichten oder vermengten flachen Figuren kommet allein der Circul in Betrachtung/oder auch dessen Theil/so sich mit einem Bogen/ und einer oder zwey geraden Linien endiget.

Und wird der Circul von der geraden Linie AB, so um den Punct A sich herum bewöget/ und mit ihrer völligen Länge sich gedrehet generiret. beſ. fig. 1. der 4. Pl.

Unter denen geradlinichten Figuren ist übrigens der Triangul die Einfältigste/und wird von 3. Linien/ so 3. Winckel mit einander machen/ umschlossen. Er wird generiret nach dem scharffsinnigen Sturmio durch die Bewögung einer geraden Linie AB, die mit ihrem einen Ende A über einer andern Linie AC fortgehet/und mit der übrigen länge vermittelst eines fixen Punctens Z sich extendirt. beſ. fig. 2. der 4. Pl.

Oder wann eine gerade Linie AB von der Spitzen deß flachen Winckels CAD sich mit stets paralleler Bewögung bewöget/ und zwar dergestalten/ daß sie mit dem einen Ende A den einen Schenckel AC stetigs berühre/den andern aber/nemlich AD stetigs durchschneide/ biß sie endlichen in F eben diesen Schenckel mit dem andern End B berühret/ und also gantz in den Winckel CAD hineinfället/ so beschreibet sie durch diese ihre Bewögung innerhalb dem

Win-

Winckel CAD die dreyeckichte fig. EAF, in deme derer Theile a f darinnen immer fort anwachsen / und ſich ergröſſern. beſ. fig. 3. der 4. Pl. vid. cl. Sturmii Mathef. enucl. Defin. XII. p. m. 15.

Dergleichen Triangul nun nennen wir in Anſehung ihrer Winckel entweder Triangulum rectangulum einen rechtwincklichten / wo er einen rechten Winckel hat; wie fig. 7. ABC; oder Obtuſangulum, Amblygonium einen ſchiefwincklichten / wo er einen ſchiefen Winckel hat; wie fig. 6. IGH und fig. 8. DEF, oder aber Acutangulum, Oxygonium, einen ſpitzwincklichten / wo er 3. ſpitzige Winckel hat / wie fig. 9. GHI.

In Anſehung der Seiten aber heiſſet ein Triangul / daran alle Seiten untereinander gantz ungleich ſeyn / Scalenum, ein ungleich ſeitiger Triangul / wie fig. 6. GHI oder Iſoſceles, ein gleichſchencklichter / wo zwey Seiten einander gleichen; wie fig. 5. DEF, oder Æquilaterum ein gleichſeitiger / wann alle Seiten daran einander gleichen / wie fig. 4. ABC. Die jenigen Figuren / die mit 4. Linien / ſo da 4. Winckel machen / umzircket werden / heiſſet man viereck / wann nun daran / die entgegen geſetzten Seiten parallel ſeyn / ſo heiſſet das viereck ein Parallelogrammum, wie fig. 11. y. Wo nicht / ſo heiſſets Trapezium, wie fig. 14. 15. wann ein Parallelogrammum vier rechte Winckel hat / ſo heiſſet es Rectangulum, wie fig. 11. ſeyn aber an-

bey auch die Seiten einander gleich / ſo nennet mans ein Quadrat, wie fig. 10. ABCD. Wann aber zwar alle Seiten untereinander gleich ſeyn / die Winckel aber nicht / ſo heiſſet ein ſolches parallelogrammum ein Rhombus, wie 11. fig. 12. Wo aber ſo wol die Seiten / als Winckel daran einander nicht gleichen / ſo heiſſets ein Rhomboides. wie Tfig. 13.

Die Figuren / ſo mehr Seiten dann 4. haben / die heiſſen mit einem Wort ein Polygonum, oder vieleck / und zwar denen Seiten nach entweder ein fünff-ſechs-ſiebeno der achteck. Dergleichen Polygonum aber iſt entweder regular, wann die Seiten und Winckel daran einander durchgehends gleichen / wie fig. 16. oder es iſt irregular, wann ſie einander nicht gleichen / wie fig. 17. und können alle dergleichen Polygona in Triangul reſolvirt werden. beſ. fig. 16. und 17.

## Die vornehmſten Theoremata, ſo die Figuren betreffen.

### 1. Theorema.

WIr haben oben im erſten Theil gedacht / daß die 3. Winckel eines jeden Trianguls / zweyen rechten Winckeln gleichen. Anbey wollen wir auch noch dieſes melden / daß / wo man die Baſin an einem jeden Triangul erlängere / ſo dann der äuſſere Win-

Winckel denen 2. innern entgegen geſetzten gleiche. Der Triangul ſeye ACZ fig. 2. der 4ten Pl. daran man die Baſin AC biß D verlängere/ ſo bekommet man den Winckel ZAD, den man den äuſſern Winckel nennet. Nun iſt eben dieſer Winckel ZAD, denen 2. entgegen geſetzten Winckeln Z und C gleich. Dann es machen eben dieſe 2. Winckel mit dem dritten ZAC zu gleich genommen / 2. rechte Winckel/ wie Anfangs gedacht worden / gleicher maſſen machet auch dieſer dritte Winckel ZAC mit ZAD auch 2. rechte. Seyn demnach die Winckel Z, und C eben ſo groß als ZAD.

## 2. Theorema.

Wann 2. Triangul 2. gleiche Seiten/ und darzwiſchen 2. gleiche Winckel haben / ſo ſeyn ſie einander gantz gleich/ wie auß dem 4. Theorem. deß 1. Theils erhellet.

## 3. Theorema.

Ein jedes Parallelogram wird durch die Diagonalem in 2. gleiche Theile getheilet/ Z. E. die Diagonalis a c theilet das Parallelogram fig. 18. abcd in die 2. Triangul abc, und acd, ſo einander gantz gleich ſeyn / dann weilen ab, der Linie c d gleichet/ b c aber auch a d gleich kommet/ als erhellet von ſelbſten hierauß / daß beyde Triangul einander gantz gleich ſeyen.

## 4. Theorema.

Die zwey Diagonales fig. 18. a c, b d ſchneiden einander recht in der Mitten durch. Da-

hero theilet eine jede gerade Linie/ so durch dieses Mittel der Diagonal-Linie gehet / ein jedes Parallelogramm ebner massen in 2. gantz gleiche Trapezia. Man besehe die 89. fig. der Planimetrie.

## 5. Theorema.

Die Triangul so auf einer Basin und zwischen einerley Parallelen stehen / oder einerley Höhe haben / wie ABC und CDB fig. 19. der 4. Pl. seyn unter einander gantz gleich. Solches zu beweisen / sage ich mit dem berühmten Herrn Professori Sturmio, der Triangul ABC seye der halbe Theil deß Parallelogrammi AFCB, und DCE seye gleicher gestalten der halbe Theil deß kleinen Parallelogrammi CFDE; und dieses zwar nach dem 3. Theorem. dieses theils.

Wann man diesem nach diese 2. Triangul ABC und CDE zusammen nehmet / so machen sie den halben Theil deß gantzen Parallelogrammi BADE auß. Es ist aber auch der Triangul BDC und CDE zu gleich genommen / der halbe Theil deß Parallelogrammi BADE, wann man nun beyderseits CDE hinweg thut / so müssen nothwendig die 2. Triangul ABC und BCD einander gantz gleich seyn. Ist nun dieses wahr / so seyn auch die Parallelogramma, so auf einer Base stehen / und zwischen einerley Parallelen begriffen seyn / als gedoppelte Triangul / einander gleich / wie A C BD und ECDF in der 20. fig. der 5. Pl.

6. Theo-

## 6. Theorema.

In dem recht winclichten Triangul ABC, gleichet das Quadrat der Hypotenusen denen Quadraten der Seiten AB und AC zugleich genommen/ welches auß beygefügter 21. fig. klärlich erhellet / da der Quadrat von der Hypotenusen 25. kleine Quadratula außmachet / BC aber machet nur 16/ und AB 9/ wann man nun den Inhalt dieser 2. letztern Quadraten zusammen nehmet / so machen sie eben auch 25. dergleichen kleine Quadratula. Man könnte zwar dieses Theorema auch noch auf verschiedene Arthen demonstriren/ dieses ist aber hier für einen Anfänger genug / wer Lust hat besehe Clavium und andere. Und dieses ist das Inventum Pythagoræ Hecatombe dignum, und deß Euclidis 47. prop. L. 1.

## 7. Theorema.

Die Triangul und Parallelogrammen von gleicher Höhe haben unter sich die Proportion der Basen. d. i. je gröſſer die Basis DF ist dann AC, um so viel ist auch der Triangul DEF, gröſſer als der Triangul ABC Eucl. 1. L. VI. dieses wird gantz leicht auß dem 3. Theorem. und deſſen Corollariis hergeleitet. Dann wann man von der gröſſern Basen DI, gleich der Basin AG abschneidet/ so wären die Triangul ABC und DEI untereinander gleich / eben als wann die Baſes gleich wären/ und wann man der kleinern

Basi AC, CH, so dem Excess IF gleich ist / beyfüget / so wären die Triangul ABH und DEF auch einander gleich / nach der Folge deß 7. Theorem. Ist demnach klar / daß / wie die Basis vermehret oder vermindert wird / also auch die Triangul vermehret oder vermindert werden. Vid. fig. 22. 23. der 5. Pl.

## 8. Theorema.

Der Circul verhält sich gegen dem Quadrat seines Diameters aufs genaueste / wie 11. gegen 14 / nach deß Archimedis Proportion (welcherley Proportion auch der vierte Theil der Circumferenz gegen seinem Diameter hat / so / daß folgbar die gantze Circumferenz gegen diesem sich verhält wie 22. gegen 7) oder in kleinen Zahlen / nach Hobbesii Proportion, wie 4. gegen 5.

# Die Praxis

## Oder

## Die vornehmste Problemata, so die flachen Figuren angehen.

### 1. Problema.

Uber einer gegebenen geraden Linie AB oder DF der 24. fig der 5. Pl. einen gleichwincklichten, oder gleichschenckelichten Triangul reissen.

Man reisse entweder mit der weite AC oder der genommenen DE auß beyden Enden der gegebe-

gebenen Linie Bögen / ſo ſich oben in B oder E durchſchneiden/und ziehe von darauß die Linien zuſammen/ſo ſtehen die Triangul fertig.

## 2. Problema.

Auß 3. gegebenen Linien/ davon doch zwey jedesmal gröſſer dann die noch übrige ſeyn ſolle. Z. E. HI, GH, GI einen Triangul zu machen. (fig. 25. der 5. Pl.)

Man reiſſe auf einer der gegebenen Seiten Z. E. *GI* den Bogen in *H*, mit der Länge der Seiten *GH*, und dann mit der Länge der Seiten *HI* wider einen / ſo den vorigen durchſchneidet/ etc.

## 3. Problema.

Über einer gegebenen Linie ein jedes Parallelogramm aufzureiſſen. beſ. fig. 26. der 5. Pl.

Vor Z und Y richte man auß beyden Enden der gegebenen Linie Perpendiculaten auf/ vor U und T aber inclinirende Parallelen/ und jene werden in Z und V der gegebenen gleich / in Y und T aber ſelber ungleich / unter ſich ſelbſten aber gleich.

## 4. Problema.

Ein jedes regulares Polygonum aufzureiſſen. beſ. fig. 27. der 5. Pl.

Man theile eines jeden Circuls vierten Theil mechaniſch in ſo viel gleiche Theile / als viel das verlangte Polygonum Seiten oder Winckel bekommen ſolle/ Z. E. in 5. Theil vor ein Fünfeck/ in 7. Theil vor ein Sieben eck ꝛc. ſo geben 4. von ſelben die Seiten deß verlangten

Polygoni, die man in der Circumferenz herum tragen kan. beſ. die 27. fig. der fünfften Pl.

Wir wollen allhier auch deß Caroli Renaldini Erfindung/ als etwas rares/ mit wenigem berühren/ welches eine gantz allgemeine Regul iſt/ eines Circuls Peripherie in ſo viel gleiche Theile zu theilen/als man will/ wordurch man dann allerhand Polygona wird aufreiſſen können/welches ſich alſo verhält: Man richte über deß Circuls Diameter AB den gleichſeitigen Triangul ABD auf/ und theile den Diameter AB in ſo viel gleiche Theile/ als viel das Polygonum Seiten bekommen ſolle/ übergehe ſo dann (von B gegen A) 2. Theile/und ziehe durch den Anfang deß dritten Theils auß D eine gerade Linie gegen dem entgegen geſetzten Theil der Circumferenz, und von dar an wider eine andere gerade Linie biß an den Diameter B. Alſo theile man Z. E. vor ein drey-eck AB in 3. gleiche theile/ziehe ſo daß durch den Anfang deß dritten Theils die Linie D III,und von dar an die Linie III B, ſo gibet ſolche die Seite eines regularen dreyecks. beſ. die 28. fig. der 5. Pl.

Wir wollen aber auch andere Modos anführen/ein Viereck 1. in einen Circul zu bringen iſt ſo leicht/daß ich es vor unnöthig achte/etwas davon zugedencken.

Ein Fünff-eck aber ohne einige Circumferenz aufzureiſſen/ verfähret man wie folget: Man reiſſe eine Linie von beliebiger Länge/ nemlich AB, nehme darauf die Länge AC mit ei-

nem

nem Circul. 2. Richte man auß C die Perpendicular Linie CD auf / in der Länge wie AC. 3. Theile man die Länge in 2. gleiche Theile / AE und EC. 4. Setze man den einen Circul-Fuß in E, und reiſſe mit dem andern auß D einen Bogen / der die Linie berühre. 5. Mit der Diſtanz AF reiſſe man auß A und C 2. Bögen / ſo einander in G durchſchneiden. 6. Reiſſe man mit der Weite AC auß A und G 2. andere Bögen / ſo ſich in I durchſchneiden / und wider 2. andere auß G und C, ſo ſich in K durchſchneiden. 7. Reiſſe man AI, IG, GK und KC mit Linien zuſammen / ſo iſt das fünff-Eck fertig. beſ. 29. fig. der 5. Bl.

Ein Sechs-Eck wird gemachet / wann man den Semidiameter / mit deme man den Circul geriſſen / in ſelben herümmer träget.

Wir wollen aber alles dieſes zuſammen ſchlieſſen / und weiſen / wie man einen Circul zu allen Ecken der regular Figuren vertheilen / oder in einẽ Circul ein regulares Drey- Vier- Fünff- Sechs- Sieben- Acht- Neun- Zehẽ- Eilff- Zwölff- und 16. Eck beſchreiben ſoll. Eines jeden Circuls ſein Semidiameter theilet die Peripherie in 6. gleiche Theile / und machet die Seite eines regularen Sechs-Ecks. Hernach theile man den Circul mit 2. Perpendicularen Diametris DF und EG durch das Centrum K in 4. Quadranten / ſo iſt eines Quadranten Subtenſa DE die Seite eines regularen Vier-Ecks. Verlanget man die Seite eines regularen Drey-Ecks / ſo ſetze man

deß

deß gegebenen Circuls Semidiametrum in einen Punct deß Circuls G, und reisse lincks und rechts auf die Peripherie 2. Bögen in H und I, und ziehe eine Linie quer über/die ist es.

Die Helffte von dieser Quer-Linie HL ist die Seite eines regularen Sieben-Ecks Und die Linie IF gibt die Seite eines regularen 12. Ecks. Verlangt man die Seiten eines regularen 5. Ecks in eben diesem Circul/ so fasse man die Weite LD, und reisse auß L als Centro den Bogen DM, ziehe hernach auß D durch M eine Linie biß an die Peripherie in N, so ist DM die Seite deß Fünff-Ecks. Und ist zugleich das Stück MN die Seite deß regularen 11. Ecks. Und die Länge KM ist die Seite deß regularen 10. Ecks; auch das Stück ME ist die Seite eines 16. Ecks. Begehret man die Seiten deß regularen 8. Ecks/ so theile man einen Quadranten EF in 2 gleiche Theile mit der Linie KO, so gibet die Subtensa FP die verlangte Seiten.

Theilet man letztens den Bogen HGI in 3. gleiche theile/ so gibt einer darvon die Seite zu einem regularen 9. Eck. Vid. die 30. fig. der 5. Bk. Sonsten kan auch unter die mechanischen Arthen mitgezehlet werden nachfolgende:

| Wann der Circul zu theilen ist in | | Theile/ so theile man den Semidiam. In |
|---|---|---|
| | IX | |
| | XI | |
| | XIII | |
| | XV | |
| | XVII | |
| | XIX | |

3 glei-

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | | $\frac{0}{1}$ | |
| 16 | | $\frac{1}{8}$ | deß Se- |
| 2 oder 27 | gleiche Theile/ so geben die | $\frac{1}{2}$ oder $\frac{11}{27}$ | midia- |
| 12 | verlangte Sei- | $\frac{1}{12}$ | meter. |
| 30 | te. | $\frac{11}{30}$ | |
| 3 | | $\frac{1}{3}$ | |

Unſer Problema erfordert auch / daß wir mit wenigem weiſen/wie man ermelte Polygona nach denen vorhergegebenen Seiten verfertigen ſolle. Was nun anfänglichen das drey- und vier-Eck betrifft / ſo iſt davon oben bereits klärlich gedacht worden / nicht weniger haben wir auch das fünff-Eck gleich hie vornen abgehandelt. Wollen demnach zeigen/wie auf eine gegebene Seite RS fig. 31. der 5. Pl. ein regulares 6. Eck zu machen. So faſſet man nun die gegebene Linie RS, und reiſſe mit dieſer Weite auß R und S ein paar Creutz-Bogen in T, ziehe ſo dann auß dem Centro T eine blinde Circumferenz, und trage letztens die Seiten noch 5. mahl darinnen herum in die Puncten V, X, Y, Z, S und henge ſie mit Linien zuſammen/ſo iſts fertig.

Auf eine gegebene Linie DC ein regulares ſieben Eck zu machen.

Man mache 1. einen gleichſeitigen Triangul OPQ, theile ſo dann die Linie PQ und zugleich den Winckel O in 2. gleiche Theile durch die Linie RO, nehme ſo dann die gegebene Linie DC und trage ſie auf der Perpendicular-Linie auß O gegen R in T, und reiſſe durch T die Li-

nie

ie STV, daß ſie gegen PQ Parallel ſeye/ ſo wird uf dieſe Weiß OS oder OV der Semidiameter eß Circuls ſeyn / deſſen ſiebenden Theil DC der OT außmachet. beſ. fig. 32. 33. der 5. Pl.

Auf eine gegebene Linie NO fig. 34. der 5. Pl. ein regulares acht-Eck zu machen.

Ziehe mitten durch die gegebene Linie NO ine lange Perpendicularem SR, trage die Wei- e PO auß P in Q, ingleichem die Weite QO uß Q in R, reiſſe hernach mit dem Semidiame- o R Neinen Circul/in welchem man die Wei- e NO herümmer träget / und die Puncten zu- mmen ziehet. beſ. die 34. fig. der 5. Pl.

Auf eine gegebene Linie ST ein regulares eun-Eck zu machen. beſ. fig. 35. der 5. Pl.

Man reiſſe mit der Weite ST über und un- r die Linie auß S und T ein paar Creutz-Bö- en in U und X, und ziehe dadurch eine lange erpendicularem, trage ſo dann WY auß dem Bogenſchnitt U in Z, reiſſe hernacher auß Z, ls Centro mit der Weite ZS einen blinden Cir- l-Riß/ und trage darinnen ST noch 8. mahl erum / und henge die bezeichneten Puncten it Linien zuſammen.

Auf eine gegebene Linie AB fig. 36. der 6. l. ein regulares zehen Eck zu machen.

Suche nach obiger Aufgab vom fünff-Eck der fürgegebenen Linie AB den oberſten unct eines regulairen fünff-Ecks/ als hier fig. 5. ermeldter Pl. C, nun reiſſe man mit eben r Weite / da man die vorigen Creutz-Bögen

in

in C gerissen/ auß C eine blinde Peripherie, und trage die gegebene Linie AB noch 9 mahl herum.

Weilen wir allhier von der Circul-Theilung gehandelt/ als wird sich auch nicht uneben schicken/ wann wir weisen/ wie man einen Semicircul oder Transporteur und Quadranten Kunstarthig und accurat aufträgen und in seine Grad eintheilen solle.

Wir wollen hier nur die bequemste Manier vorhand nehmen/ und die übrigen Arthen alle fahren lassen/ solche nun verhält sich also: Ein Quadrant, halber und gantzer Circul kan gantz bequem mit 3. Oeffnungen deß Circuls von Grad zu Grad abgetheilet werden/ dann so man durch das Centrum eines aufgerissenen Circuls eine rechte Creutz-Linie zihet/ so theilet sie denselben in 4. gleiche Theil oder Quadranten/ wie der unten aufgerissene einer ist fig. 37. der 6. Pl. dessen Bogen BC mit 3. Oeffnungen deß Circuls in 90. gleiche Theil oder grad auf folgende Weise abgetheilet wird.

Setze den einen Circul-Fuß in B, den andern wende gegen C, gibt den Puncten 60, deßgleichen setze den einen Circul-Fuß in C, und wende den andern gegen B, gibt dir auf ermeltem Bogen den Punct 30, also hast du mit der ersten Oeffnung deß Circuls 3. Theil; Mit der zweiten Circul-Oeffnung theile einen jeden solchen Theil wider in 3. andere Theil/ so bekommest du 9. Theil auf dem Bogen.

Für die dritte Oeffnung deß Circuls aber thei-

the le ermelten Bogen BC in 10. gleiche Theile/ und mit dieſer Oeffnung wird der gantze Quadrant von Grad zu Grad völlig abgetheilet auf nachgeſetzte Weiſe.

Setze den einen Zircul-Fuß in B, den andern wende gegen C, gibt auf viel gemeltem Bogen BC den 9. Grads-Puncten/ wende den andern Fuß weiter um gegen C gibt den 18. den Grads-Puncten/ widerum den Circul auß gemeltem Punct umgeſchlagen gibt den 27ten Punct/ und alſo fortan/ ſo viel Puncten auf gemeltem Bogen gezeichnet/ als zwiſchen B und C können gebracht werden.

Wann nun dieſes verrichtet iſt/ ſo fange widerum an vom Grad 10/ und fahre allerdings fort wie vor/ hernach fange an vom Punct 20/ und verhalte dich ebnermaſſen/ deßgleichen auf 30/ und alſo fort/ biß endlich auf den Grad-Punct 80/ auß welchem mir der 89. kommet/ welcher vor dieſes mahl der letzte von B gegen C iſt.

Hernach fange an auß dem Punct C hinauf-wärts/ ſo wirſt du den Bogen BC in 90. gleiche Theil oder Grad abgetheilet befinden.

Auf gleiche Weiſe aber leichter kan der gantze Circul in 360. Theile abgetheilet werden/ alldieweilen man bey einer jeden Creutz- oder Quadranten-Linie nicht aufhören darff/ ſondern man fähret nur in der gantzen Rundung fort/ welches der Kunſtliebende in dem Werck ſelbſten mit höchſter ſeiner Ergötzlichkeit erfahren wird.

Nach

Nach dieſem erfordert die Noth auch/ eine geringe Erläuterung zu geben/ wie man nach gewiſer Manier ein Geometriſches Oval nach 2. gegebenen Diametris aufreiſſen ſolle. beſ. fig. 38. der 6. Pl. Geſetzt die Diametri ſeyen AB und CD, ſo mache damit 4. angulos rectos, wie in der Figur/ um dieſe mach das vier Eck EFGH, auf einer jeden ſolchen Seite mache einen halben Circul HIE, FKH, EMF, und HLG, theile ſolche alle in gewiſſe gleiche Theile / wie hier in 6, ziehe von einem Punct zum andern Linien/ ſo wird das vier-Eck in unterſchiedliche kleine viereckichte Theilchen abgetheilet / und ziehe endlichen durch ſolche viereckiein das Oval ACBD alſo/ daß du immer die gegen einander ſtehende Winckel durchſchneideſt.

Sonſten hat man auch ein Inſtrument dergleichen Oval-Figuren gantz commod aufzureiſſen/ deſſen Figur auß beygeſetztem Schemate, fig. 39. der 6. Pl. wird können erſehen werden.

Nun iſt noch übrig/ daß wir auch Anleitung geben / wie eine Schnecken-Linie aufzureiſſen? die gleichen Schnecken-Linien nun betreffend/ und wann man Z. E. haben will/ daß ſolche in U anfangen / und in Z durch einen eintzigen Zug aufhören ſolle/ ſo mache man auß dem Centro Z den Circul UABC, theile ſolchen in gleiche Theile / wie hier in 16. ab/ durch die Puncten 1. 2. 3. 4. 5. ꝛc. ziehe ſo viel Radios nach dem Centro Z, theile den Radium ZU auch in 16.

gleiche Theile/ nehme von solchen erstlich 15, und trage sie von Z in D, zum andern 14, trage solche von Z in E, zum dritten 13/ die trage man von Z in F etc. und ziehe endlichen alle diese Puncten durch eine krumme Linie zusammen. Wolte man aber/ daß sich die Schnecken-Linie 2. mal herum wenden solte/ so müßte man ZV in 32. Theile abtheilen/ solte sie sich 3. mahl herumm wenden/ so müßte vorberührte Linie 48. Theile haben. besi. fig. 40. der 6. Pl.

Nachdeme wir von Aufreissung der Figuren bißhieher (wie wir vermeinen) zur Genüge gehandelt haben/ als kehren wir uns fürters zur Außrechnung derselben/ seye demnach das

## 5. Problema.

Die Superficial-Fläche eines jeden Parallelogrammi außzufinden.

Man multiplicire die Basin im Quadrat und dem ablangen vier-Eck mit der darauf stehenden Seiten/ im Rhombo und Rhomboide aber mit der Perpendicular-Höhe/ so hat man die Aream in Quadrat-massen. Der Grund dieser Regul bestehet im 1. und 2. Coroll. deß 3. Theorem.

Es sey gegeben das Quadrat fig. 4. der 6. Pl. daran halte die Basis 60, und die darauf stehende Seite BC eben auch 60. Diese beyde miteinander multiplicirt bringt 36.(9

Das

Das Exempel ſtehet alſo:

Baſis 6(o
Seite BC 6(o

3 6(o vor den Inhalt deß Quadrats fig. 41. der 6. Pl.

Da man dann auß denen kleinen Quadratulis augenſcheinlich ſiehet / daß das Product recht / und juſt ſeye / indeme derer 36. herauß kommen.

Solte man aber das Parallelogramm. fig. 42. der ſechſten Pl. berechnen / woran die Baſis 10(o, die neben-Seite aber 6(o hielte / ſo multiplicirte man wider die Baſin 10(o und Seiten 6(o miteinander / ſo gebe derer Product 60(o die wahre Aream. Z. E.

6 10 Eine Seite
10(o Baſis

60(o Area Parallelogrammi.

Item es ſey ein Parallelogramm fig. 43. der 6. Pl. daran die eine Seite 4/1(1 die andere aber 3/2(1 hält multiplicire man alſo beide miteinander / kommt vor die Aream oder Inhalt / 13/12(2□. Das Exempel ſtehet alſo:

Seiten { AB 4/1(1
AC 3/2(1

8 2
12 3

13/12(2□

Solte aber der Rhomboides fig. 44. der 6. Pl. berechnet werden / ſo nehme man die Baſin, ſo 13/ 5 (1 hält/ und laſſe eine Perpendicular auf ſelbe fallen/ hier AB, meſſe ſolche ebnermaſſen/und halte hier 4/9 (1. Dieſe beyde multiplicire miteinander / ſo bekommet man deß Rhomboidis wahren Inhalt. von 66/ 15 (2 □ Z. E.

```
1 3/ 5 (1 Baſis
  4/ 9 (1 Perpendicular AB
-------
1 2 1 5
5 4 0
-------
6 6/ 15 (2 □ Inhalt deß Rhomboidis.
```

## Corollarium.

Hierauß erhellet / daß wo man ein viereckichtes Pflaſter von rechten Winckeln mit viereckichten Stein belegen wolte/wie man ſelbiger Steine Zahl außfinden könnte. Dann wann die Steine viereckicht ſeyn / ſo kan man ſolches erfahren / wann man mit einer Seiten deß Steins die 2. Seiten deß Platzes um einen Winckel miſſet / und die beide Zahlen miteinander multipliciret / ſo wird das Product der Steine Summen geben. Seyn aber ermelte Steine langlecht/ ſo meſſe man eine Seite deß Orths mit derer Länge/ die andere aber mit ihrer Breite und multiplicire eine Zahl mit der andern / ſo gibet das Product gleicher maſſen der Steine Summ.

N. Man

N. Man kan auch die Rhombos und Rhomboides in 2. Triangul resolviren/ und nach Arth der Triangul außrechnen/ wie jetzt folgen soll.

## 6. Problema.

## Die Aream eines jeden Trianguls zu berechnen.

Man multiplicire die Basin durch die Perpendicular-Höhe / so gibet der halbe Theil deß Products die verlangte Aream, nach dem 2. Theorem.

Oder man multiplicire die halbe Basin in die gantze Perpendicular-Höhe;

Oder die gantze Basin in die halbe Perpendicular-Höhe / so kömmt aller Orthen einerley Inhalt herauß. Man soll Z. E. die Area der 3. Triangul fig. 45. 46. 47. deß 7. Pl. berechnen/ daran die Baſes 5/5 (1/ die Perpendicular-Höhen aber 5/6 (1 halten. Da multiplicire man nach der ersten Arth die gantze Basin 5/5 (1 mit der gantzen Perpendicular 5/6 (1 kommt herauß 30/80 (2 dieſes halbiret/ kommt vor die Aream 15/40 (2. □

Stehet alſo:

5/5 (1 gantze Basis
5/6 (1 gantze Perpendicular
330
2525
3080 (2 | 15/40 (2 □ Area △

Nach der andern Arth nehmet man die halbe

be Basin 2,75(2 und gantze Perpendicular 5/6(1 multiplicirts miteinander / kommet 15,40(2, wie oben. Z. E.

halbe Basis 2/ 7.5(2
gantze Perpend. 5/6(1

16 50
137 5

15/4 00(3 oder weilen die letzte Nulle hinten nichts nützet/ 15/40(2□

Nach der dritten Arth nehmet man die gantze Basin 5/5(1 und halbe Perpendicular 2/8(1 multiplicirets in einander/ so ist derer Product 15/40(2□ deß Trianguls Inhalt ebner massen. Z. E.

5/5(1 gantze Basis.
2/8(1 halbe Perpendic.

440
110

15/40(2□ Inhalt△

Wir wollen hier auch die vierte Arth beyfügen/ so vor alle Triangul tauget / und sich also verhält: Mann bringe alle Seiten deß Trianguls in eine Summ / diese halbire man / und subtrahire davon alle Seiten/ damit man die 3. Differentias zwischen dem halben Theil und jeder Seiten bekomme/ diese 3. Differentias und

die

die halbe Summen multiplicire man miteinander / und extrahire auß dem letzten Product die Quadrat-Wurtzel / so gibet solche die Aream deß Trianguls / Z. E.

Seiten { AB 5/5 (1
AC 6/2 (1
BC 6/2 (1

Summa 17/9 (1
halb 8/95 (2

8/95 (2 — 5/5 (1 AB
8/95 (2 — 6/2 (1 AC
8/95 (2 — 6/2 (1 BC

3/45 (2 — 2/75 (2 — 2/75 (2 Differenz.

8/9 5 (2
3/4 5 (2

4 4 7 5
3 5 8 0
2 6 8 5

3 0/8 7 7 5 (4
2/7 5 (2

1 5 4 3 8 7 5
2 1 6 1 4 2 5
6 4 7 5 5 0

8 4 9 1 3 1 2 5 (6
2/7 5 (2

4 2 4 5 6 5 6 2 5
5 9 4 3 9 1 8 7 5
1 6 9 8 2 6 2 5 0

2 3 3/5 1 1 0 9 3 7 5 (8 — 331

[illegible] 213275(8 | 15/2810(4 Area △ li

[illegible]
[illegible]
25
5
[illegible]
[illegible]
302
2
[illegible]
[illegible]
3048
8
[illegible]
[illegible]
[illegible]

213275
3056202.

## Mit Logarithmis

Gehet dieſes viel leichter an / man ſuchet nemlich die Differentias wie im vorhergehenden/ hernach verfähret man alſo: man addiret nemlichen die Logarithmos der halben Summen und Differentien in eine Summ/ und halbiret ſolche Z. E.

Hal-

Halbe Summ 8/95 (2
Differenz der 3/45 (2
Seiten. 2/75 (2
2/75 (2

Logar. 0. 9518230
0. 5378195
0. 4393327
0. 4393327

I. 1841537
Log. vom 15/28 (1

## 7. Problema.

### Der Trapeziorum areas aufzufinden.

### Regula vor alle Trapezia.

Man theile das Trapezium durch den Diametrum in 2. Triangul / und berechne beyder Inhalt nach vorhergehendem Probl. so gibet derer Summ die verlangte Aream deß gantzen Trapezii. besi. fig. 49. der 7. Pl.

1. Triangul
Basis 103(6
Perpend. 34(0

412
309

1751(0
Area △li I.

2. Triangul

Basis 103(0
Perpend. 40(0
2060(0
Area△li 2di

Area△li I. 1751(0
II. 2060(0

3811(0□

## Regul vor die Trapezia, so 2. parallele Seiten haben:

Man suche die Länge der 2. Parallelen-Seiten A B, C D, und die Höhe der Perpendicular-Linie AC, hierauf addire man ermelte 2. Parallel-Seiten AB und CD, die Summ theile man halb/ und æquire sie/ diesen halben Theil multiplicirt man so dann in die Höhe oder Perpendicular-Linie / so gibet das Product die verlangte Aream deß Trapezii.

Hat aber das Trapezium keinen rechten Winckel/ so ziehe man eine andere Perpendicular-Linie / messe derer Länge gleicher massen/ und verfahre/ wie bereits gelehret worden. beſ. die 50. und 51. fig. der 7. Pl.

Sei-

Seite { AB 8/3 (1
CD 15/3 (1

11/8 (1
8/7 (1 Perpend. AC

826
944

202/66 (2 □ Area Trapezii fig. 50. der 7. Pl.

Seite { CD 9/4 (1
AB 5 (0

14/4 (1
7/2 (1
7/2 (1
5/2 (2 Perpend. AL

144
360

37/44 (2 Inhalt deß Trapezii fig. 51.

N. Wegen Abkürtzung soll man hier mercken / daß man in denen Trapezoidibus nicht nöthig habe / der Triangul Areas à part zu suchen / und derer Summ zusammen zu addiren / sondern man darff nur die Höhen oder Perpendicularen in eine Summ bringen / und mit der halben Basi, oder die gantze Basin mit der halben Summen der Perpendicularn multipliciren.

Die

Die Perpendicularen { CE 3/9(1
DF 4/5(1

8/4(2
½ 4/2(1

gantze Basis 12/5(1
halbe Summ Perp. 4/2(1

25 0
500

528 0(2 Area Trapezii. fig. 52. der 7. Pl.

## 8. Problema.

Der Regular Polygonen Areas außzurechnen. beſ. fig. 53. der 7. Pl.

Dieſer Areas findet man auf gedoppelte Arth.

1. Wann man ſie in Triangul reſolviret/ und derer Inhalt auf ſchon bemeldte Weiß außrechnet.

2. Wann man die halbe Summ aller Seiten mit der Perpendicular-Linie/ ſo auß der Figur Centro auf eine der Seiten gezogen wird/ multipliciret / ſo gibet ſolches Productum die verlangte Aream. Die Urſach deſſen iſt / weilen ſo viel Triangul entſtehen / als die Figur Seiten hat / weilen man nun eines jeden Trian-

gul

gulꝛ Inhalt bekommet/ wann man die Perpendicularn mit dem halben Theil der Seiten multipliciret/ als erhellet darauß das Procedere von ſelbſten.

## Erſte Arth.

Seite CD 4/5(1
halbe Perp. AB 3/4(1

180
135

15/13 0(2
10 Zahl der Triangul

15 3/0 0(2 oder 153(0□ von den Inhalt des gehenecks.

## Zweite Arth.

Seite CD 4/5(1
1 0 Zahl der Triangul

45 0(1
½ 22 5(1
6/8(1 Perpend. AB

1800
1350

15 3/0 0(2 oder 153(0□ oben.

Wie

Wie oben:

Oder CD 4/5 (1
10

4 50 (1
68 (1

3 6 00
2 7 0 0

x
x x x xx (2 153/00 (2 oder 153
x x x xx (0 □ pro area deß zehen ecks

N. Wann man auch die Perpendicular-Linie so offt nehmet / als viel die Figur-Seiten hat / und alsdann mit der halben Basen multipliciret / so gibet das Product gleicher massen die verlangte aream. Z. E.

Die Perpend. AB 6/8 (1
10 (0

6 80 (1

Halbe Basis 2/2 5 (2
6 8 (1

1 8 0 0
1 3 5 0

1 5 3/000 (3 oder weilen die Nullen hinten nichts nutzen/
153 (0 □

2. Pro-

## 9. Problema.

Die irregulare vielſeitige Figuren außzurechnen.

Reſolvir die vorgegebene Figur in Triangul/und erforſche derer Areas auf ſchon beſagte Weiß/ſo geben derer Inhalt/ wo mans zuſammen addiret/ der Figuren Aream. Es wird aber eine jede vielſeitige irregular Figur in ſo viel Triangul reſolviret/ als viel ſelbige Winckel hat/2. weniger/ weilen man auß einem jeden Winckel zu denen übrigen/ die nächſte 2. außgenommen/ Linien ziehen kan. beſ. die 54. fig. der 7. Pl.

### Außrechnung der Figur.

1. Triangul.

Baſis 62/5(1
Perp. 21/3(1

187 5
625
1250

11 (1
1331/75(2|665/625(3 Area △li I.
77777

2. Triangul.

Baſis 60(0
Perp. 62

11
3777(0(1860(0 Area △li II.
7777

3. Trian-

3. Triangul.

Perp. 11(0
Basis 60(0

---

∗∗∗(0 ⟩330(0 Area △li III.
∗∗∗

4. Triangul.

Basis 83(0
Perp. 33(0

---

249
249

---

∗ ∗(1
∗∗∗(0 ⟩13697/5(1 Area des
∗∗∗∗ IV △

5. Triangel.

Basis 67(0
Perp. 35(0

---

335
201

---

∗ ∗
∗∗∗(0 ⟩1172/5(1 Area △li V.
∗∗∗∗

6. Trian-

6. Trianguk.

Basis 44 (0
Perpend. 31 (0

44
132

1364 (0 | 682 (0 Area deß VI. △.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Area deß △ | 1: | 665/625 | (3 |
| | 2: | 1860 | (0 |
| | 3: | 330 | (0 |
| | 4: | 1369/5 | (1 |
| | 5: | 1172/5 | (1 |
| | 6: | 682 | (0 |

6079/625 (3 Area der völligen Iregular Figur 54. der 7. Pl.

NB. Man iſt aber nicht eben gezwungen/ die Figur alſo in Triangul zu reſolviren / ſondern ſolches kän auch auf unzehlich andere Arthen verrichtet werden/da dann ein jeder ſeinen eignen Capricen nach verfahren/ und die Eintheilung verrichten kan.

## Man ſoll aber bey dergleichen Triangulierung beobachten.

1. Daß man eine oder auch mehr groſſe Quadraten / Parallelogrammen und Trapezia, nach der Sachen Geſtalt in die Figur hinein bekomme.

2. Wo Triangul ſeyn/daß man Trapezoida darauß forme / d. i. daß man jedesmahl die Seite/ die zwiſchen zweyen benachbarten Trianguln innen liget / zu ihrer beyder Baſen mache / dann hierdurch erſpahret man den halben Theil deß Meſſens.

3. Wo ſich ſchlangen-weiſe Buchten oder Krümmen finden/welches dann bey irreguliren Feldern öffters zu geſchehen pfleget / und man ſiehet/daß ſie nächſt einander gleich ſeyn/ ſo ziehet man mitten durch ſie eine Linie/uñ richtet ſo dann den Calculum nach ſelber/weilen auf dieſe Weiſe der inner Theil dem äuſſern gleich kömmet/ und was eines Theils darzu gethan wird/ andern Theils wider abgehet.

4. Gehet nachfolgendes in allen Meſſungen deß Feldes und Aecker an/da man ſich dann nicht an Krümmen/ſo von keiner ſondern Gröſſe ſeyn / viel kehret / ſondern man machet nur kleine Triangul und Trapezia darauß.

## 10. Problema.

Der Circuln Areas außzurechnen / wann zuvor der Diameter und Circumferenz bekannt ſeyn. beſ. fig. 55. der 7. Pl.

Archimedes beweiſet / daß die Area deß Circuls gleich ſeye der Areæ eines rechtwincklichten Trianguls / deſſen eine Seite um den rechten Winckel dem Semidiametro deß Circuls/die andere aber der Peripherie deſſen gleiche. Z. E. Wann in beygefügten Schemate

DB

DB der Diameter ist/ und die Linie BC der Peripherie deß Circuls gleichet/ und der Winckel B ein rechter ist/ so wird die Area deß Circuls gleich seyn/ der Area deß Trianguls ABC.

Wann nun ein Circul gegeben ist/ und man dessen Semidiametrum nehmet/ auch eine Linie außfindet/ so der Circumferenz deß Circuls gleich ist/ diese 2. Linien so dann nach einem rechten Winckel zusammen setzet/ und mit Beyfügung der hypotenusæ einen rechtwincklichten Triangul machet/ so dann dessen aream außrechnet/ so bekommet man deß gegebenen Circuls Aream.

Eben diese Aream erhält man auch/ wann man den Semidiametrum mit dem halben Theil/ oder den Diametrum mit dem vierten Theil/ der Circumferenz/ oder die gantze Circumferenz mit dem halben Semidiametro multiplicirt.

Und bestehet die gantze Sach hierinnen/ daß man nemlichen eine gerade Linie/ so der Circumferenz gleiche/ außfinde/ oder die Proportion zwischen dem Diametro und der Circul Circumferenz suche. Da dann Archimedes beweiset/ daß die Peripherie eines jeden Circuls dreyfach gegen dem Diametro seye/ darbeneben aber auch noch ein Theilichen darzu habe/ welches kleiner dann $\frac{1}{70}$ deß Diametri ist.

Weilen denn nun $\frac{1}{70}$/$\frac{1}{7}$ seyn/ $\frac{10}{71}$ aber mehr dann $\frac{1}{7}$ außmachen/ als folget/ daß deß Circuls

Circumferenz den Diametrum dreymahl / weniger dann $\frac{1}{7}$ Diametri, und mehr dann $\frac{1}{8}$ davon in sich halte/und dahero die Proportion der Circumferenz gegen den Diameter zwischen dreyfach sesquiseptima, und dreyfach sesquioctava seye. Weßwegen dann die Proportio der Circul Circumferenz gegen ihrem Diameter kleiner dann 220. gegen 70. oder 22. gegen 7/ und gröſſer dann 223 gegen 71. ist.

Wann demnach eines Circuls Diameter Z. E. vom 28. Theilichen gegeben wäre/ und es hiesse/ wie 70. gegen 220/oder wie 7. gegen 22/ also 28 gegen dem gesuchten/ so würde man eine Zahl finden/ die ein wenig gröſſer dann die Circumferenz wäre/nemlich 88. wann es aber hiesse/ wie sich verhält 71. gegen 223/ also 28. gegen der verlangten vierten Zahl / so bekäme man eine Zahl/die ein wenig kleiner wäre/ dann die Circumferenz, nemlich $87\frac{27}{71}$.

Wann im Gegen-Theil eines Circuls Circumferenz gegeben wäre Z. E. von 88. Theilen / und man sagte / wie sich verhält 220. gegen 70/ oder 22. gegen 7/ also 88. gegen einer andern Zahl / so wiese der Product die Zahl $28\frac{2}{11}$/ so gröſſer wäre dann der wahre Diameter. Woraus/ wie ich vermeine/genugsam erhellet/ daß sich daß Circuls-Diameter nicht eben so genau gegen seiner Circumferenz verhalte/wie 7. gegen 22. und daß sich gleicher massen die Circumferenzen gegen derer Diameter auch nicht völlig verhalte/wie 22. gegen 7/ so bedienen sich

nichts

nichts deſtoweniger ſo wol die alten als neuen Mathematici dieſer Proportion, und dieſes zwar der Brüche halber.

Jedoch iſt das Ptolomæi Proportion ſubtiler/ deß Vietæ ſeine wider genauer/ und deß Rudolphi à Cölln die aller-genaueſte/ als welche von Chriſtophoro Grüenbergero unterſucht und approbiret worden.

Ermelte Proportion aber verhalten ſich gegen einander/ wie folget.

| Diam. | | Circumf. |
|---|---|---|
| Ptolomæi | 10 000 000 gegen | 31/416/666 |
| Vietæ | 10 000 000 gegen | 31/415/926/535 |
| Rudolphi à Cölln: | 100 000 000 000 000 000 000. gegen | |
| 314/159/265/358/979/323/846. | | |

Jedoch kan man ſich deß Archimedis ſeiner in kleinen Sachen noch wol bedienen/ wo man aber groſſe Circul vor ſich hat/ wie in der Aſtronomie gemeiniglich zu geſchehen pfleget/ ſo bedienet man ſich der Vietiſch oder Rudolphiſchen.

Dieſem nach wollen wir anfänglich weiſen/ wie man auß der gegebenen Circumferenz deß Circuls Diametrum finden ſolle: Allwo es dann heiſſet; wie ſich verhält 220. gegen 70/ oder 22. gegen 7/ alſo verhält ſich die gegebene Circumferenz gegen den Diametrum.

Oder man bediene sich nachgesetzter Proportion: wie sich verhält 314 gegen 100/ also auch die gegebene Circumferenz gegen ermelten Diameter, welcher Diameter noch accurater dann der erste ist. Will man ihn aber sehr genau haben/ so bedjene man sich der letzten grossen Proportion.

Wann man im Gegentheil auß deß Circuls Diametro die Circumferenz finden solle/ so heißt es nun: wie 7. gegen 22/ also der gegebene Diameter gegen der Circumferenz. Oder wo man ihn accurater verlanget: wie 100. gegen 314/ also der gegebene Diameter gegen bemelter Circumferenz.

Nun gehen wir zur Sache selbsten. Wann demnach die Circumferenz und Diameter deß Circuls bekannt seyn/ so findet man die Aream, wie folget: Man multiplicire die halbe Circumferenz mit dem Semidiametro; oder den vierten Theil der Circumferenz mit dem Diametro, so hat man die Aream deß Circuls in Quadrat-Massen. Z. E. Es sey gegeben (fig. 56. der 7. Pl.) der Circul ABC, woran der Diameter AB 1/7 (1/ die Circumferenz aber 5/338 (3 halte/ so nehme man die halbe Circumferenz und multiplicire selbe mit dem Semidiametro, so hat man die Circul-Aream.

Cir-

Circumf. ✗ ✗ ✗
✗/3 3 8(3 >2/669(3 halbe Circumf.
✗ ✗ ✗✗ 85 (2 Semid.

13345
2 1352

2/26865(5 Area Circuli.

Oder man nehme den vierten Theil der Circumf. und multiplicire ihn mit dem Diametro, so bekommet man deß Circuls Inhalt ebner massen. Z. E.

✗ ✗ ✗(2
Circumf. ✗/3 3 8(3 >1334 5(4 1/4 Circumf.
✗ ✗ ✗ ✗ 1/7 (1 Diam.

9341 5
1 3345

2/2686 5(5 Inhalt wie oben.

Wann man aber eines Circuls Inhalt bloß auß dem gegebenen Diametro finden wolte / so sagte man nur: wie sich verhält 14. gegen 11/ also auch deß Diametri Quadrat gegen dem gesuchten Inhalt.

Oder wie sich verhält 284 gegen 223/ also auch das Quadrat deß gegebenen Diametri gegen dem gesuchten Inhalt. Z. E. Erstlich.

14— 11— □ Djametri 2/89(2

11

2 89

28 9

31/79(2 Area Circuli

2) 284 — 223 — Quadratum Diam. 2/89(2

2 23

8 67

57 8

578

644/47(2 Inhalt deß Circuls.

Andere multipliciren deß Diametri Quadrat mit 785(3/und halten das Product vor deß Circuls Aream. Z. E.

□tum Diam. 2/89(2

7 85(3

14 45

23 1 2

2023

2/26865(5 Area Circuli.

Solte

Solte man eben dieſes Circuls Inhalt nach deſſen gegebener Circumferenz außfinden/ ſo ſagte man: wie ſich verhält 892 gegen 71/ alſo verhält ſich auch das Quadrat der Circumferenz gegen dem Inhalt. Oder man kan auch ſagen; wie ſich hält 88 gegen 7/ alſo auch das Quadrat der Circumferenz gegen dem Inhalt.

Circumferenz 5/338(3
5/338(3

42 704
160 14
16014
26699

28494244(6 □tum Circumf.

892 — 71 — 28/494244(6
71
828 494244
1994 59708

2023 091324(6

Area Circuli. 2/268039(6

Hieher gehöret auch/ wie man auß eines Circuls Area den Diametrum finden solle? da man dann saget: wie sich verhält 11 gegen 14/ also die Area deß gegebenen Circuls gegen dem Quadrat seines Diametri Z. E.

Area Circuli.

11 — 14 — 2/27(2
14
908
227
31 78(2

1/69 (2 oder wegen der hintern 9.
1/7 (1 vor den Circul Diameter.

2 392c.

Ingleichem wie man auß der Circul Area die Circumferenz finden solle/ da man dann saget:

set: Wie sich verhält 7. gegen 88/ also auch Area Circuli gegen dem Quadrat seiner Circumferenz.

7 — 88 — Area Circuli.

2/27(2
88
1816
1816
19976(2

Circumf. Circuli.

Nachdeme wir nun die Cyclometriam zur Genüge durchsehen/ als erfordert die Nothwendigkeit auch mit wenigem/ eine Anweisung zu geben/ wie man so wol die Sectores, als auch Segmenta nach Decimal-Arth außrechnen/und derer Areas finden solle. Wir wollen aber vorhero

hero erklären / was ſo wol ein Sector, als auch Segmentum ſeye. Es ſeye der Circul EGH. fig. 57. der 8. Pl. in zwey Theil zerſchnitten / dergeſtalten / daß das kleine Stuck EFG auß dem Centro herauß geſchnitten verſtanden werde / ſo nennet man ſolche 2. Stück die Sectores, das kleine davon / nemlich EFG heiſſet Sector minor, und das übrige EHGF Sector major.

Wann aber der Circul etwa an einem Orth mit einer geraden Linie durchſchnitten wird. Z. E. in der 58. Figur der 8. Pl. mit EG (die jedes mahl kleiner dañ der Diameter ſeyn muß / dann ſonſten würdens nur 2. hälbe Circul / ſo nennet man ſolche Linie die Chordam, das kleine abgeſonderte Stück EG nennet mãn Segmentum minus, und das groſſe EHG Segmentum majus. Hierauß nun wird klärlich zuvernehmen ſeyn / was ein Sector oder Segmentum ſeye / wann man nun hierauf fürters deß kleinern Sectoris EFG Aream (fig. 57. der 8. Pl.) berechnen wolte / ſo meſſe man anfänglichen deſſen Winckel / wie viel er nemlichen Grad vom gantzen Circul halte / hier hält er 88. Gr. 20. Min. meſſe ſo dann den Diametrum 7, 2(1 / ſo daß daher der Semidiameter 3/6(1 halten wird. Mit dieſem erforſche darauf die Circumferenz nach obiger Lehr. Z. E.

Diam.

Diam.

100 — 3 1 4 — 7/2(1

7/2(1

6 2 8

2 1 9 8

0 8(1 2/5(1 Circumf. deß Circuls.

Dann sage man ferner per Regulam auream:

Die Circumferenz 360. Gr. oder weil Minuten dabey seyn/ alles in Minuten resolvirt: 21600. Min. ist lang 2 2/5(1 wie lang ist das

5 2 9 9 Stück EG von 88. Gr. 20. Min. oder alles in Min. resolvirt/ 5300. Min.

6 7 8 0 0

1 1 3 0

1 1 9 7 8 0 0

0 0 7/8(8 5 0 0(1 5/5(1 die Länge deß Bogens EG.

1 0 0

Mit dieser Länge/ als Basi, und dem Radio oder Semidiametro rechne den Triangul EFG nach schon oben erklährter Arth auß/ Z. E.

5/5

5/5 (1 der Bogen E G.
3/6 (1 Semidiameter.

3 3 0
1 6 5

X

X φ 8 φ (2 )9/90 (2 vor den Inhalt deß kleinen Sectoris EFG.
X X X

Wann man nun den kleinen Sectorem alſo/ wie gemeldet/ außgefunden/ ſo kan man den groſſen Sectorem finden. 1. Wenn man wie erſt den Winckel deß kleinen Sectoris ſuchet. 2. Den Semidiametrum genau miſſet. 3. Das kleine Bogen-Stück EG durch die Regul De-Tri ſuchet/ dann man erſpahret hierdurch eine groſſe Mühe im rechnen. 4. Solches ſo dann von der gantzen Circumferenz 22/6 (1 ſubtrahiret/ wäre allhie geblieben 17/1 (1 vor die Circumferenz deß Bogens EHG mit dieſem als Baſe und dem Semidiametro, als Höhe den dieſem Stuck gleichen Triangul außgerechnet/ ſo wäre vor deſſen Inhalt kommen 39/78 (2 Z. E.

Gantze

Gantze Circumferenz 2 2/6(1
Bogen FG 5/5(1
1 7/1(1 Bogen EHG.
3 6(1 Semidiame-
1 0 2 6 ter.
5 1 3

✗
✗✗✗✗(2 )30/78(2
✗✗✗✗ Area deß groſ-
ſen Sectoris EHG fig. 57. der 8. Pl.

Andere rechnen die Aream deß Circuls auß/ wie auch den kleinen Sectorem, und ſubtrahiren ſelben von der Circul Area, ſo reſtiret Area ſectoris majoris. Z. E.

Gantze Circul Circumf. 2 2/6(1
Semid. 3/6(1
1 3 5 6
6 7 8

✗
✗✗✗✗(2 )40/68
✗✗✗✗(2 Area
Circuli.

Area Circuli. 40/68(2
Area deß kleinen Sectoris 9/9 (1

30/78(2 Area deß groſ-
ſen Sectoris EHG fig.
57. der 8. Pl.

Sonſten bedienet man ſich auch meiſtens nachgeſetzter Tabellen / wordurch man vieles Rech-

Rechnen erſpühren kan / wie ein ſolches Herr Cantzler und andere weitläuffig erklären. Wir wollen deren Gebrauch kürtzlich vor Augen legen / und eben voriges Exempel damit durchmachen.

Radius hält 100000.

| Gr. | Part. Circ. | Gr. | Part. Circ. | Gr. | Part. Circ. | Gr. | Part. Circ. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1745 | 8 | 13962 | 60 | 104719 | 130 | 226892 |
| 2 | 3490 | 9 | 15707 | 70 | 122173 | 140 | 244346 |
| 3 | 5235 | 10 | 17451 | 80 | 139624 | 150 | 261799 |
| 4 | 6981 | 20 | 34906 | 90 | 157077 | 160 | 279252 |
| 5 | 8726 | 30 | 52359 | 100 | 174532 | 170 | 296706 |
| 6 | 10471 | 40 | 69812 | 110 | 191986 | 180 | 314159 |
| 7 | 12217 | 50 | 87266 | 120 | 209439 | 360 | 628318 |

Mi-

## Minuten Tabelle.

| Min. | Part. Circ. | Min. | Part. Circ. |
|---|---|---|---|
| 1 | 29 | 9 | 261 |
| 2 | 59 | 10 | 290 |
| 3 | 87 | 20 | 592 |
| 4 | 116 | 30 | 872 |
| 5 | 145 | 40 | 1163 |
| 6 | 174 | 50 | 1454 |
| 7 | 203 | 60 | 0 |
| 8 | 232 | | |

## Secunden Tabelle.

| Secund. | Part. Circ. | Secund. | Part. Circ. |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 8 | 3 |
| 2 | 0 | 9 | 4 |
| 3 | 1 | 10 | 4 |
| 4 | 1 | 20 | 9 |
| 5 | 2 | 30 | 14 |
| 6 | 2 | 40 | 19 |
| 7 | 3 | 50 | 24 |

Es sey Z. E. gegeben der öbere kleine Sector EFG, daran messe man erstlich den Bogen EG, wie viel er Grad und Minuten halte / hier hat er 88. Grad 20. Min. Vors andere messe man auch den Semidiametrum EF, so allhier 3/6(1 hält; dann suche man in der ersten Tafel die Grad 88/ und in der andern die Minuten 20. also!

| | |
|---|---|
| Gr. | |
| 80. | 139626 |
| 8. | 13962 |
| Min. 20. | 592 |
| | 154180 Summ |

**Sage fürters** per Regulam auream:

| Theilichen | Circul-Stück | Radius |
|---|---|---|
| 100 000 | 154180 | 3/6(1 |
| | 3/6(1 | |
| | 925080 | |
| | 462540 | |
| | 55\|50480 (1 | 55 (1 |
| | xx000000 | Circul-Stuck EG. |

Mit dem übrigen verfährt man / wie oben bereits Anweisung geschehen.

**Eines gegebenen** Segmenti aream **aber** **außzufinden.** Z. E.

Deß Segmenti EG fig. 58. der 8. Pl. da su-

che

ehe man erſtlich die Aream Sectoris, wie bißher gewieſen worden/ rechne ſo dann auch den Inhalt deß Trianguls EFG auß/ begehret man nun das kleine Segment, ſo ſubtrahire man von dem Sectore dieſen Triangul/ will man aber das groſſe Segment, ſo addire man ihn zum groſſen Sectore. Z. E.

Diam.

100 3 1 4 7/2(1
7 2(1
6 2 8
2 1 9 8
2 2 6|0 8(1 ⟩22/6 (1 Circumferenz
1 0 0 deß Circuls.

Minuten 22/6(1 4 4 1 0
21600 2 2 6(1
2 6 4 6 0
8 8 2 0
8 8 2 0
9 9 6 6 0

✗(3
✗ ✱
✗ ✱ ✗(0
✱ ✱ ✱ ✱|60(1 ⟩4/6(1 vor den Bogen EG
✗ ✗ ✱ ✱ 00
✱ ✗

Bogen EG 4/6(1
Semid. 3/6(1

2 7 6
1 3 8

✗

✗ ✗/✗ ✗(2 8/28(2 Sector
✗ ✗ ✗

Triangul EGF
halbe Basis 2/1(1
Perpend. 2/9(1

1 8 9
4 2

6/0 9(2 Inhalt deß Trianguls EGF

Sector 8/2 8(2
Triangul EGF 6 0 9(2 Subtr.

2/1 9(2 Segmentum minus.

Eines halben Circuls Aream außzufinden/ kan man sich nachfolgender Regul bedienen/ man multiplicire nemlichen deß halben Circuls halbe Circumferenz mit dem Semidiametro, so weiset das Product den Inhalt solchen Feldes/ welches vor sich selbsten erhellet. Doch soll man erst erfahren/ ob der halbe Circul auch ein juster halber Circul seye/ oder nicht/ und zwar auf nachfolgende Arth: Man theile die Linie/so man vor den Diametrum hält/ hier AC in 2. gleiche Theile in D, und messe von D an 2. oder

oder mehr Ort biß an den Circul-Bogen/ iſt nun DB ſo lang als DA oder DC, ſo iſts gewiß ein halber Circul beſ. fig. 59. der 8. Pl.

Hätte man ein Feld/ daran die 2. Bögen CDF und GHI, wie auch CF und GI einander Parallel wären/ ſo dörffte man ſich auf dieſen Fall nichts um die krummen Bögen bekümmern/ indeme klar erhellet/ daß oberhalb auf der einen Seiten ſo viel außwarts/ als unten hineinwärts gebogen wäre/ verhielte man ſich demnach eben/ als wann man das Parallelogramm EFGI vor handen hätte. beſ. fig. 60. der 8. Pl.

Bey dem andern Feld aber/ fig. 61. der 8. Pl. wäre es weit ein anders/ indem von ſelbſten erhellet/ daß das obere Segment ADB gröſſer dann das untere CFE, weßwegen man auch beyde Segmenta nach bereits angewieſener Lehr außrechnen/ wie nicht weniger die Aream deß Trapezii ABCE ſuchen/ dann das Segment ADB zum Trapezio addiren/ und das Segment CFE von ſelbem ſubtrahiren müßte/ wo man deſſen Inhalt accurat bekommen wolte.

Die halben Monden außzurechnen/ ſoll man das gantze Segment ABC, und dann auch das kleine ADC (fig. 62. der 8. Pl.) jedes à part außrechnen/ und ſo dann das kleine vom gröſſern ſubtrahiren/ ſo reſtiret alsdann der halbe Mond.

Nun iſt noch übrig zu weiſen/ wie man die Aream eines Ovals durch die Rechnung finden

ſolle / die Figur ſey EEGH (fig. 63. der 8. Pl.) daran meſſe man den kleinen Diametrum FG, wie nicht weniger auch den groſſen EH, ſuche ſo dann zwiſchen beyden mediam proportionalem, nemlichen man multiplicire einen Diametrum mit dem andern / und ziehe auß dem Product Radicem Quadratam, dieſes gibt dann die verlangte mediam proportionalem, nun iſt aber dieſe media nach dem ſcharffſinnigen Archimede der Diameter zu einem Circul der dem Inhalt nach der Ellipſi oder Oval-Figur genau gleichet/darff man alſo/ſolchen Circuls Inhalt nur außfinden / wie oben angewieſen worden.
Z. E.

Diametri { EH 9/4 (1
FG 7/2 (1

1 8 8
6 5 8

7/16 8 (2 ) 8/2 (1 media proportionalis oder Diameter zum Circul / der dem Inhalt nach der Oval-Figur genau gleichet.
4
3 8 8
1 6 2
2
3 7 7
4 4

Dies

Dieſes Circuls Inhalt nun vollends auß-zufinden/ſage man:

100 — 314 — 8/2(1
8 2(1
6/2 8
2 5 1 2
✗ ✗ ✗ | 4 8(1 >25/7(1 Circumf.
✗ ✗ ✗ 0 0 zum Circul.

Circumferenz 25/7(1
Semidiam. 4/1(1
2 5 7
1 0 2 8
(1
✗ ✗ ✗/✗ ✗(2 >52/685(3 Circul Area ſo der Ellipſi gleichet.
| ✗ ✗ ✗ ✗

Wer nun beſagtes wol eingenommen/ der wird gantz leichte von ſelbſten alle andere Felder/ſie mögen kommen/ wie ſie wollen/außrechnen/und ihre Areas finden können.

## 9. Problema.

Eine Figur in die andere zu verwandlen/ſo daß derer Inhalt nichts deſtoweniger gleich bleibe. Dieſes Problema iſt wol der Mühe werth/ daß man es recht betrachte/ und genau durchſuche/ in dem es zu allerhand ſchönen Dingen Anlaß gibet/ſolches theilet ſich aber in

och mehr andere Aufgaben / wie in der folge
ird zu ersehen seyn / da dann die erste davon
ye / wie man nemlichen einen stumpffwinck-
chten Triangul RXS (fig. 64. der 8. Pl.) in ei-
en rechtwincklichten verkehren solle?

Man ziehe durch den Vertical-Puncten
oder X mit der Basi RS eine Parallel-Linie /
chte so dann auß S die Perpendicular ST auf /
nd zwar biß an die Parallel-Linie / und reisse so
ann die Quer-Linie RT, so ist der Triangul
ST dem Inhalt nach mit RXS gleich. Auf
iese Weise kan man auch auß einem gleich-
enck lichten nemlich RVS einen gleichen recht-
incklichten machen / und dieses gründet sich
if die 38. Pr. L. 1. Euc. die wir oben bereits
klåret haben.

Das andere: Einen Triangul in einen
dern gleichen Inhalts zu verkehren / doch so /
ß er eine gegebene Höhe bekomme.

1. Fall. Wann nemlich der gegebene
iangul ABC (fig. 65. der 8. Pl.) nidriger
n die verlangte Höhe D ist. Da ziehe man
3 dem vorgegebenen Höhe Puncten D auf
Basin AB eine blinde Linie DB, und gegen
e auß dem ersten Höhe Punct C, eine Paral-
E, wo nun diese in E die Basin durchschnei-
von darauß ziehe auf den fürgegebenen Hö-
Punct D die Linie DE, so ist AED der ver-
te Triangul.

2. Fall. Wann der gegebene Triangul
l höher ist / als die vorgegebene Höhe I.

Ver-

Verlängere die Basin FG gegen K, ziehe sodann auß dem vorgegebenen Punct I in F die blinde Linie IF, und gegen dieser eine Parallel-Linie auß dem vorigen Höhe-Punct H, nemlich HK, wo nun diese die Basin in K durchschneidet/ da ziehe in den Punct I die Linie KI, so ist KGI der gleiche Triangul mit FGH. beſ. fig. 66. der 8. Pl.

Dritte Aufgab. Einen Triangul in ein Parallelogramm gleichen Inhalts zu verkehren.

1. Fall. Einen rechtwincklichten Triangul NLM fig. 67. der 8. Pl. da theile man entweder den Cathetum LN bey O in halb / und mache auß dem halben Catheto LO, und der gantzen Basi LM das Parallelogramm MO, oder theile die Basin bey P in halb/und mache auß der halben Basi LP und dem gantzen Catheto LN das Parallelogramm M P, so hat beydes mit dem gegebenen Triangul gleichen Inhalt.

2. Fall: Einen scharffwincklichten Triangul LMQ; Man ziehe durch den Höhe Punct Q eine Parallel-Linie mit LM, nemlichen NS, dann theile man bey P die Basin in halb / und richte auß P eine Perpendicularem auf biß an die Parallel-Linie/ NS, in Q, und mache entweder auß der gantzen Basi LM und halben Perpendicular PR oder LO das Parallelogramm OM, oder auß der gantzen Perpendicular P Q, und der halben Basi LP das Parallelogramm LQ, so hat ein jedes mit dem Triangul LQM gleichen Inhalt. fig. 67. der 8. Pl.

3. Fall: Einen ſtumpffwincklichten LMS, ziehe durch den Höhe Punct S eine Linie/ſo mit der Baſi Parallel lauffe/ nemlich NS, halbiere ſo dann die Baſin in P, und richte von dar auß die Linie PQ auf/ ſo deß Trianguls Perpendicular-Höhe außmiſſet/ und mache auß der gantzen Baſi und halben Perpendicular-Höhe das Parallelogramm, OM, oder auß der gantzen Perpendicular-Höhe und der halben Baſi das Parallelogramm LQ, ſo iſt jedes nach dem Inhalt dem Triangul gleich. fig. 67. der 8. Pl.

Vierte Aufgab: Einen Triangul TVX in einen andern gleichen Inhalts zu verwandlen/ daß er einen vorgegebenen Winckel Y bekom̃e.

Ziehe durch den Schaitel-Punct X eine Linie XZ, daß ſie mit der Baſe TV parallel lauffe/ dann zeichne auß dem Punct V einen Winckel/ ſo groß als Y, und ziehe die Seiten TZ biß an die parallelen in Z, und ziehe fürter von Z, ZV, ſo iſts gemacht. beſ. fig. 68. der 8. Pl.

Fünffte Aufgab: Einen Triangul ABC in ein Quadrat gleichen Inhalts zu verkehren.

Man ziehe vom Vertical-Punct C auf die Baſin AB die Perpendicular-Linie CD, ſuche ſo dann den Mittel-Punct E auf der Perpendiculari, trage DE auf der verlängerten Baſi in F, ſuche in der Linie AF den Mittel-Punct G, und reiſſe von darauß als Centro, mit der Weite GA den halben Circul AHF, richte nach dem auß B die Perpendicular BH auf/ biß an die Peripherie, und mache auß BH das Quadrat. beſ. fig. 69. der 8. Pl.

Sechſte

Sechste Aufgab. Ein Quadrat RX in einen Triangul / gleichen Inhalts zu verwandlen. fig. 70. der 8. Pl.

Man mache nur die Basin RS noch einmal so lang biß in T, und ziehe die Linie VT. ſ. i. g.

Siebende Aufgab. Ein Trapezium ABCD fig. 71. der 8. Pl. in einen Triangul gleichen Inhalts zu verwandlen. Mann ziehe die Diagonalem DB, und dieſer auß C eine Parallelam in E, daß ſie die verlängerte Basin in E durchſchneide / reiſſe ſo dann DE, ſo gibt ADE den verlangten Triangul.

Achte Aufgab. Ein jedes viel-Eck FGHIKL in einen Triangul zu verkehren.

Erlängere die Basin lincks und rechts / ziehe die Diagonal IG, und auß H gegen dieſer eine Parallelam HM, wo dieſe die Basin in M durchſchneidet / dahin ziehe auß I die Linie IM, hernach ziehe die Diagonalem KF, und auß L dieſer eine Parallelam LN, endlich reiſſe auß dem eingebogenen Eck I, die Linie IN, und auß L dieſer eine Parallelam LO, ziehe die Linie IO, ſo iſt OIM der begehrte Triangul. beſ. fig. 72. der 8. Pl.

Neundte Aufgab. Die Circumferenz eines Circuls ABCD fig. 73. der 8. Pl. in eine gerade Linie zu verkehren / oder auß dem bekannten Diametro deß Circuls Peripherie zu erfahren / und auß der bekanten Peripherie den Diametrum zu erforſchen. Dieſes iſt oben bereits in der Circul-Meſſung genugſam erkläret worden / wie mans nemlichen Arithmeticè, ſo wol nach

deß

deß Archimedis, als auch anderer Authoren Proportion verrichten solle / Geometricè aber geschihets also: Man reisse erstlich in den Circul 2. Diametros, recht perpendicular auf einander / als AC, BD, halbiere den Semidiametrum EB, in F, und ziehe die Linie AFG, darnach fälle von dem Durchschnitt G die Perpendicularem GH, auf den Semidiametrum EC.

Ferner ziehe man mit der Weite ED eine lange Linie mit AC parallel, trage einen Semidiametrum auß D in I, und halbiere diese Weite DI in K, fasse die Weite EK und trage sie auß K in L. Ingleichem trage die Weite DL auß D in M, ziehe die Linie HM, und auf diese auß D eine lange Parallelam in N, wo nun diese den verlängerten Diametrum in N durchschneidet / von darauß messe die Weite EN, welche den vierten Theil der Peripherie gibet.

Sonsten gehet dieses leichter an / wann man den Circul-Diameter in 7. Theil theilet / selben so dann 3. mal auf eine Linie träget / und noch $\frac{1}{7}$ hinbey füget / so gleichet solche Linie der Circumferenz genau genug.

Wann man herentgegen eine gerade Linie in eine Circumferenz verkehren wolte / so theile man erstlich die Linie in 3. gleiche Theil / AB, BC, CD, so einen Theil nehmet man mit dem Circul / und machet damit einen gleichseitigen Triangul ABC, theilet die beyden Seiten AC und AB in 2. gleiche Theil / und die eine Helffte EB wieder in 2. gleiche Theile / reisse dann

von

von B gegen D, und von E zu C, ſo bekommt man das Centrum deß Trianguls/ F, von F an reiſſet man eine blinde Linie durch G die Helffte von EB, theilet FG in 4. gleiche Theile/ und träget ein ſolch viertheil von G auf der Linie hinaußwarts in H, ſo gibt FH einen Semidiametrum, damit man einen Circul ABC reiſſen kan/ deſſen Circumferenz mit der gegebenen Linie AD bey nahe von gleicher Länge iſt.

Zehende Aufgab. Einen Triangul NOP in ein Parallelogramm gleichen Inhalts zu verkehren/ daß es einen gegebenen Winckel Q, auch eine gegebene Länge RS bekomme.

Erſtlich mache man nach dem 3. Problema auß dem Triangul das Parallelogramm NTVX, welches den Winckel Q habe/ auf einen beſondern Ort/ darnach verlängere TX nach der fürgeſchriebenen Länge RS biß in Y, erlängere auch blindlings NV eben ſo lang als XY, in Z, ziehe durch Z und Y eine lange blinde Linie in a. Verlängere auch NT blind gegen b, und VX gegen c. Nun ziehe auſſerhalb deß erſten Parallelogrammi die Diagonalem ZX, biß gegen b, und wo dieſelbe die verlängerte Seite NT in b durchſchneidet/ von darauß ziehe die lange Linie b a mit TY parallel, ſo wird das Parallelogramm XX c a gleichen Inhalts ſeyn mit dem Triangul NOP.

Eilffte Aufgab. Einen Quadrat ABCD in einen Circul zu verwandlen.

Ziehe in das Quadrat die beyden Diagonalen

len AD und BC, darnach theile eine Seite deß Quadrats, als AB in 7. gleiche Theile / und ſchneide ein ſolches ſieben Theil am End einer Diagonal-Linie ab / als in E, ſo iſt das übrige Stück der Diagonal vom Centro F biß in E der Radius, mit welchem man auß F einen Circul reiſſen kan/ſo wird ſolcher ſo viel faſſen / als das Quadrat ABCD.

Zwölffte Aufgab. Einen Circul GHIK in einen rechtwincklichten Triangul zu verwandlen.

Ziehe auf den Diametrum IG eine lange Perpendicular-Linie / und trage 3. mahl darauf den Diametrum, theile auch den Diametrum in 7. gleiche Theil/und trage zu den 3. abgemeſſenen Diametris auf der Perpendicular noch ein ſolch ſieben Theil in L, ziehe die ſubtenſam ML, ſo iſt das Triangulum MGL das verlangte. Oder theile GL in die Helffte bey N, ſo gibet der gantze Diameter mit der halben Peripherie GN, auch einen rechtwincklichten Triangul gleichen Inhalts.

Dreyzehende Aufgab. Einen Circul fig. 78. der 9. Pl. GHIK in ein Parallelogramm zu verwandlen.

Man nehme von dem vorigen Triangul der obſtehenden Figur die halbe Baſin und gantze Perpendicularem, oder die halbe Perpendicularem und gantze Baſin, und mache das Parallelogramm MN oder IO.

Vierzehende Aufgab. Einen Circul PQRS

PQRS fig. 79. der 9. Pl. in ein Quadrat zuverwandlen.

Reiſſe in den Circul 2. Diametros XV und TY, die einander Winckelrecht im Centro Z durchſchneiden/und ein wenig über die Circumferenz hinaußgehen/ theile darnach einen halben Diametrum ZT in 4. gleiche Theile/ und trage auf einen jeden verlängerten Diametrum außerhalb der Peripherie ein ſolches vierthei ein T, V, X, Y, ziehe endlichen dieſe bemerckte Puncten mit geraden Linien zuſammen.

Fünffzehende Aufgab. Einen halben Circul in einen gantzen zu verwandlen/ oder im Gegentheil einen gantzen in einen halben/ doch daß beyde einerley Inhalt haben. (fig. 80. der 9. Pl.)

Der halbe Circul ſey ABCD, ſo theile man ſelbigen in 2. gleiche Theile in B, ſo gibt AB den Diametrum zum neuen Circul AFBD, der dem halben dem Inhalt nach gantz gleich ſeyn wird.

Wäre aber der gantze Circul AFBD gegeben/ und ſolte in einen halben gleichen Inhalts verwandelt werden/ ſo ziehe man darinnen deſſen Diametrum AB, und theile den halben Circul-Theil in D in 2. gleiche Stück/ziehe AD mit einer geraden Linie zuſammen/ ſo gibet eben ermelte Linie AD, den Semidiametrum.

Sechszehende Aufgab. Eine Figur PQRSTVX fig. 81. der 9. Pl. auß einem Punct a, der innerhalb ſelber gegeben iſt/ zu verkleinern oder zu vergröſſern.

Man

Man ziehe auß dem gegebenen oder auch nach belieben erwöhlten Punct a in alle Ecke blinde Linien / und wann man die Figur ſo verjüngern will / daß die Linien nur halb oder im Drittheil kleiner ſeyn ſollen / als in der gegebenen Figur / ſo theile man ſie von dem Punct gegen die Ecke in 2. 3. oder 4. Theil / als hier in die Helffte / bey b, c, d, e, f, g, h, ziehe hernach dieſe halb Theilungs-Puncten mit geraden Linien zuſammen / ſo bekommet man die verjüngte Figur b, c, d, e, f, g, h, daran alle Linien von a auß halb ſo lang ſeyn / als die in der gröſſern Figur. Wolte man aber eben dieſe Figur ergröſſern / ſo müßte man die blinden Linien von a auß durch alle Ecke biß über die Figur hinauß verlängern / und ſie alsdann entweder doppelt / drey- oder vierfach von a hinaußwarts abmeſſen.

Siebenzehende Aufgab. Eine Figur ABCDEF fig. 82. der 9. Pl. in einem erwöhlten Winckel derſelben A zu verjüngen oder zu ergröſſern.

Man ziehe auß dem Winckel A in alle Ecke der Figur blinde Linien / AE, AD, AC, nachdeme man nun die Figur wenig oder viel verjüngern will / ſo theile man eine jede blinde Linie / neben denen beyden Linien deß erwehlten Eckes in 2. 3. 4. oder mehr Theil / und meſſe auf jeder von ſelben von A an / gleiche Anzahl der Theilichen / als hier $\frac{2}{3}$ mit den bemerckten Puncten g, h, i, k, l, dann ziehe man die Puncten mit Linien zuſamm. ſ. i. g. Will

Will man eben dieſe Figur ergröſſern / ſo ziehe man die blinden Linien aus A durch alle Winckel über die Figur hinauswärts / und verfahre / wie bereits gelehret worden.

Achtzehende Aufgab. Eine Figur MNOPQR, fig. 83. der 9. Pl. zu verkleinern aus einem Punct X, ſo auſſerhalb der Figur genommen worden / daß alſo die Figur gantz aus ihr ſelber falle. Man ziehe aus dem Punct X auff alle aus- und innwendige Winckel der Figur blinde Linien / hernach verjüngere jede inſonderheit / hier ſoll es in die Helffte geſchehen / und reiſſe die Puncten a b c d e f mit geraden Linien zuſammen.

## 10. Problema.

Eine jede Figur in die begehrte Theile zu theilen.

Es theilet ſich auch dieſes Problema in verſchiedene andere / die wir der Ordnung nach behandlen wollen / und ſeye hiervon die

1. Aufgab. Wie man ein Parallelogrammum in die verlangte Theile theilen ſolle. Z. E. fig. 84. der 9. Pl. da ſolte das Parallelogrammum ABCD in 3. Theile getheilet werden. Da darff man nur die beyden Längen oder auch Breiten in 3. gleiche Theile theilen / und die Theilungs-Puncten mit Linien zuſammen hengen / ſo iſt ſolches in die verlangte 3. Theile getheilet.

In denen Rhombis und Rhomboidibus gehet dieſes ebenfalls an / wäre die Figur aber ein Trapezium mit Parallelen-Seiten / nemlich

EFGH fig. 85. der 9. Pl. und ſolte in vier Theile getheilet werden / ſo theilet man nur die Parallelen-Seiten in die begehrte Theile / und ziehet die Theilungs-Puncten zuſammen.

Wann aber der Theile Zahl / worein die Figur getheilt werden ſoll / ſich in 2. andere Zahlen brechen läßt / aus deren Multiplication ſie wieder entſpringen / Z. E. IKLM, fig. 86. der 9. Pl. ſolte in 8. Theile getheilt werden / da ſich dann 8. in 2. und 4. brechen läßt / dann 2. mal 4. bringen auch 8. / ſo kan man nach Belieben die Breite in 2. und die Länge in 4. Theile theilen / und die Theilungs-Puncten mit Linien zuſammen ziehen / ſo wird hierdurch die Figur gleicher maſſen in die verlangte 8. Theile getheilet ſeyn.

Solte man aber ein dergleichen Parallelogrammum der Trapezium nach einer gewiſſen Proportion theilen / Z. E. ABCD, fig. 87. der 9. Pl. oder EFGH, fig. 88. der 9. Pl. daß ſich die Theile gegen einander verhielten / wie die ungleichen Theile der Linie IK, ſo theile man nur die Seiten AB und CD, EFGH in eben der Proportion, als die Linie IK getheilet iſt / und ziehe die Theilungs-Puncten zuſammen.

Wäre aber das Parallelogrammum aus einem gewiſſen Puncten der Baſen oder Seiten in 2. gleiche Theile zu theilen / ſo reiſſe man erſtlich den Diametrum BD, ſo iſt das Parallelogrammum in 2. gleiche Triangul getheilt / nach dem 2. Theor. dann ziehe man mitten durch dieſen Diametrum einen andern / ſo bekommt

man

man deß Parallelogrami Mittel-Puncten/durch dieſen Punct ziehe man von dem gegebenen Punct E an eine gerade Linie/ ſo wird ſolche das Parallelogrammum wieder in 2. gantz gleiche Theile theilen. Beſ. die 89. fig. der 9. Pl.

II. Wie man einen Triangul theilen ſolle: Hierbey ſtehet zu mercken/ daß ſich vielerley Caſus ereignen können: Da dann die Theilungs-Linien entweder in eine Spitzen zuſammen lauffen/ oder aus einem Puncten einen Seiten deß Trianguls/ oder aus einem Punct in dem Triangul anfangen/ oder daſſelbige mit einer Linie deß Trianguls Parallel fortlauffen.

Weilen nun der erſte Caſus der leichteſte iſt/ als wollen wir auch ſelben zu erſt nehmen; Man ſoll Z. E. den Triangul ABC (fig. 90. der 10. Pl.) in 4. gleiche Theile theilen/ und dieſes zwar aus einer Spitze oder Winckel A, da theile man die der Spitzen gegen über ſtehende Seiten in die vorgegebene Theile/ hier in 4/ und ziehe von den Theilungs-Puncten auf die Spitzen gerade Linien/ ſo wird der Triangul nach Begehren in 4. Theile getheilt ſeyn.

Wo er aber proportionirter zu theilen wäre nach einer gewiſſen Linie/ und aus einer gewiſſen Spitzen/ ſo theile man die der Spitzen entgegen geſetzte Seiten eben auch nach ſolcher Proportion, wie die vorgegebene Linie getheilet iſt/ und ziehe von dar aus in die Spitzen gerade Linien/ ſo iſts gemacht.

Im 2. Fall: Wann der Punct / daraus die Theilungen gehen sollen / auff einer Seite deß Trianguls Z. E. GI deß Trianguls GHI (der 91. fig. der 10. Pl.) der Punct K gegeben wäre/und der Triangul solte in 4. gleiche Theil getheilet werden. So theile man erstlich vorgedachte Seite GI, worauf nemlich der Punct ist/ in so viel Theile/ als dann der Triangul bekommen soll/hier in 4/ dann reisse man aus dem Eck/ das dem Punct gegen über stehet / allhier H. eine blinde Linie auf den Punct K, (nemlich HK) reisse fürter durch alle Theilungs-Puncten der Seiten GI Parallelen mit dieser erstgezogenen Linie /nemlich 1. 1/ 2.2/ 3.3/ wo nun diese Linien die Seiten GH, IH durchschneiden/ dahin ziehe man die rechten Theilungs-Linien aus dem gegebenen Punct K, nemlich K1, K2, K3, so wird der Triangul in 4. gleiche Theile/ wie begehrt worden/ getheilet seyn.

Solte man aber diesen Triangul in proportionirte Theile theilen / so müßte man auch die Seiten GI nach solcher Proportion theilen/ und im übrigen nach schon beschriebener Manier verfahren.

Wann man einen Triangul nach einer andern Manier theilen solte / daß die Ecke nicht alle so gar spitzig zusammen kämen / da müßte man erstlich die Basin CB in 4. gleiche Theile theilen/ (weilen der gantze Triangul in so viel Theile soll getheilet werden/) so wäre ACD eben ein solches Viertheil vom gantzen Triangul

gul ADB (fig. 92. der 10. Platten) ADB aber wären $\frac{1}{4}$ von selben. Fürters theilte man AD in 3. gleiche Theile / und zöge von B gegen G eine Linie/ so wäre der Triangul BGD ein Drittheil von ABD, oder auch ein Viertheil von ABC. Weiters theilte man AB in 2. Theil in I, so wäre auch AIG und IBG jedes ein Viertheil deß gantzen Trianguls ABC. Und so viel auch vom andern Casu; Was nun den dritten betrifft/ da nemlich die Theilungs-Linien mit einer Seite Parallel lauffen sollen/und der Triangul ABC in 3. gleiche Theile soll getheilet werden/ daß die Theilungs-Linien mit der Seiten BC Parallel lauffen / so theile man eine darneben stehende Linie in die Theile / worein der gantze Triangul solle getheilet werden / und suche so dann zwischen der gantzen AC und $\frac{1}{3}$. a 1. derselben eine mediam proportionalem, trage dieselbe aus A gegen C in D. Ingleichem suche man auch zwischen der gantzen AC und dem Stück A2 oder $\frac{2}{3}$ der gantzen wieder eine mediam proportionalem, trage sie von A gegen C in E, reisse hernacher durch D und E zu BC Parallelen / so theilen selbige den Triangul in die verlangte Theile. Bes. fig. 93. der 10. Pl.

Wir wollen hier auch noch melden / wie ein Triangul aus einem gegebenen Punct einer Seiten in 2. oder auch mehr Theil gleichen Innhalts abzutheilen.

Es haben nemlichen zwey einen dreyeckichten Garten/ ABC fig. 94. der 10. Pl. miteinan-

der gleich zu theilen / und ſtehet auff der Linie AC ein Brunnen bey O, zu welchem ein jeder auff dem Seinigen einen Zugang verlanget / dieſem nun thut man alſo: Man ziehe von O nach B eine blinde Linie / darauff theile man AC in 2. gleiche Theile in D, aus D laſſe man gegen OB eine Parallelen lauffen / welche BC in E durchſchneidet; fürters ziehe man von O die Scheid-Linie gegen E, ſo iſt der Triangul nach Begehren in 2. gantz gleiche Theile getheilet.

Hätte man aber regulare Polygona zu theilen / ſo müßte man ſich darbey folgender maſſen verhalten: Man ſuchet anfänglichen ihre Centra, wann man nun ſolche in 2. Theil theilen wolte / ſo zöge man aus einem Winckel durchs Centrum biß gegen die über ſtehende Seite eine Linie / ſo wäre die Theilung verrichtet. Beſ. fig. 95. der 10. Pl.

Wann man aber eben dieſes Fünffeck in 4/5 / oder 6. gleiche Theile theilen ſolte / ſo müßte man vorhero die 5. Triangul durch die Anzahl der Theile dividiren / und dem Quotienten nach die Theilung verrichten / Z. E. wir wollen es erſtlich in 4. gleiche Theile theilen / da dividire man Anfangs die Anzahl der Triangul / nemlichen 5. mit 4 / kommt vor einen Theil $1\frac{1}{4}$. Triangul / dann theile man einen ſolchen Triangul in 4. gleiche Theile / und gebe einem Theil $\frac{1}{4}$ / ſo wird das Polygonum begehrter maſſen in 4. gantz gleiche Theile getheilet ſeyn.

Was

Was allhier von denen reguliren Fünffecken geſaget worden/ ſolches verſtehet ſich auch von denen andern. Wolte man dann auch ein rundes Feld in 2. oder mehr gleiche Theile theilen/ ſo wäre die Sache alſo anzugreiffen: Es wird nemlich ein jeder Circul durch ſeinen Diametrum in 2. gleiche Stück getheilet/ und wann der Theil mehr werden ſollen/ und die Abtheilung aus dem Centro geſchiehet/ ſo wird nur der Umkreiß in die begehrte Theile abgetheilet/ und durch ſelbe/ aus dem Centro Linien gezogen/ welches gantz leicht/ weßwegen auch nicht vieler Worten vonnöthen iſt.

Sollen aber die Theilungs-Linien mit einander Parallel lauffen/ ſo iſt dieſes etwas ſchwehrers/ und müſſen die Abſchnitt durch die Proportion folgender Geſtalt geſucht werden. Z. E. dieſes Circul-runde Feld (fig. 96. der 10. Pl.) deſſen Centrum C, und ſein Diameter AB, ſo 40(0 lang/ ſoll in 3. gleiche Stück mit vorhergehender Bedingnuß abgetheilet werden. Da ſagt man: Wie ſich verhält Radius 100000 gegen 73505/ alſo verhält ſich auch der Semidiameter AC 20. (0 gegen 14/ 7(1 Z. E.

100000 — 73505 — Semid. 20(0
20(0

| | | |
|---|---|---|
| 14 | 701000 | 14/ 7(1 vor |
| 1 | 000000 | AD |

Man meſſe demnach von A nach C 14/ 7(1 in D, dardurch ziehe man eine Linie/ die AB

inckel-recht / und den Umkreiß in F und G
chschneide / ſo iſt der Abſchnitt FGA ein
ittheil vom gantzen Circul / ebner maſſen
le man vom B nach C biß in E 14/7 (1 ziehe
durch die Linie HI gegen FG Parallel, ſo
neidet ſolche auch einen Drittheil deß Cir-
s ab / daraus folget / daß das Mittel-Stück
HI ebner maſſen ein Drittheil ſeye.

Solten aber der Theile 4. werden / ſo
ich: Wie ſich verhält Radius 100000 gegen
508 / alſo verhält ſich auch der Semidiameter
der Zahl / ſo an beyden Enden gegen dem
ntro gemeſſen / und dardurch Perpendicula-
gezogen werden ſollen. Welche 2. Vier-
l vom Circul abſchneiden / das mittlere
ück aber theile man durchs Centrum in 2.
eil / ſo iſt das gantze Feld in 4. gleiche Theile
) Begehren abgetheilet. Z. E.

100000 — 50608 — 20 (0
20 (0
10 | 12160 ) 10 / 12 (2
1

Wann man endlichen irregular-Figuren
eilen hätte / ſie mögen ausſehen wie ſie im-
wollen / da iſt der folgende der beſte modus.
n rechnet nemlichen der gantzen Figuren
halt aus / dividiret ſolchen mit der Anzahl
theile / die ſie haben ſoll / wo gleiche Theile
rt werden / oder wo man ungleiche verlan-
etwa nach einer gewiſſen Proportion, ſo
: mans nach der Geſellſchaffts-Regul:

nem-

nemlich die Summ aller Terminorum der Proportionen/ nach denen ſie getheilet werden ſoll/ gibt den gantzen Superficial-Innhalt meines gegebenen Feldes/ was gibt der erſte Terminus der Proportionirung? Was der zweyte? Was der dritte? So weiſet jedesmal das Facit, wie viel von den Quadrat-Maſſen/ die den Innhalt meines gegebenen Feldes machen/ auff ein ſolches gleich- oder ungleiches Theil kommen werden? Wann man nun dieſes weißt/ ſo ſchneide man nach Gutdüncken/ wo und woher man will/ ein Stück von ſeiner Figur mit einer blinden Linie GE ab/ das nach Bedüncken ſo groß ſeyn möchte/ als die ausgefundene Quadrat-Maſſe für einen Theil betragen/ ſuche nach eben dem Innhalt deſſelben abgeſchnittenen Stücks: Iſt er nun dem Innhalt meines begehrten Theils gleich/ (welches gar ſelten geſchiehet/) ſo iſts gut/ wo nicht/ ſo ſuche man den Uberſchuß/ wie viel es nemlichen zu groß oder zu klein iſt/ durchs Subtrahiren/ ſo bleibet ſelbiger über im Reſt an Quadrat-Maſſen: dann meſſe man auch die Scheidungs-Linie/ die das abgeſchnittene Stück von der gantzen Figur ſcheidet/ und dividire den gantzen Uberſchuß mit der halben Scheidungs-Linie/ oder den halben Uberſchuß mit der gantzen Scheidungs-Linie/ ſo kommt die Höhe zu einem Triangul heraus/ den man von der Scheidungs-Linie an zurück aufftragen muß/ wann das herab geſchnittene Stück um ſo viel zu groß gewe-

ſen / oder weiter voran gegen dem Reſt der Figur / wann ermeldtes abgeſchnittenes Stück zu klein geweſen / ſihet ſo dann / wo ſolche gefundene Höhe eine oder die andere Seite der Figur durchſchneide / und reiſſet dahin von dem gegen über ſtehenden Ende eine Linie / ſo gibt ſolcher Triangul entweder dem abgeſchnittenen Stück diß / was ihme mangelt / oder nimmt ihm diß / was es zu viel gehabt / und determiniret alſo dieſe allerletzt gezogene Linie den recht verlangten Theil / den man zu erſt hätte abſchneiden ſollen.

Wir wollen die Sache durch ein Exempel erklären: Das irregular-Feld ſeye ACDB, nun begehret man / ich ſoll vor einen Theil vornen herunter ſchneiden 60 / 1(1. ſchneide alſo das Stück ABEG mit einer blinden Linie EG vom Reſt ab / weilen ſichs eben dorten am beſten ſchicket / und ſuche den Superficial-Innhalt deß abgeſchnittenen Stücks / finde auch durchs Rechnen / daß es 51 (0□ halte / und demnach weniger ſeye / als herunter kommen ſolte / ſubtrahire es daher von jenem / nemlich 51 (0 von 60 / 1(1 reſtirt 9 / 1(1 vor den Uberſchuß / der noch darzu ſolte / dieſen nun als einen Triangul auff die Scheidungs-Linie EG anzubringen / ſo dividire denſelben Uberſchuß 9 / 1(1 mit der halben Scheidungs-Linie 2 / 5(1 / kommt heraus 3 / 64(2. vor die Höhe / die ich bey E auff die ververlängerte Baſin trage / und finde / daß ſie die nächſte Linie recht in F durchſchneide / ziehe derowegen

wegen GF, so wird der Triangul EGF just 9/1(1 halten / und dahero das gantze Stück AGFEB nunmehro die begehrte 60/1(1 halten. Hätte man aber das Stück AGFEB abgeschnitten / und es 60/1(1 befunden / da man indessen nur 51(0 abschneiden sollen / daß also zu viel herunter kommen / so macht mans mit dem Uberschuß 9/1(1 und der halben Scheidungs-Linie EG eben so / wie zuvor / so würde die Höhe EF gekommen seyn / die von FG zurück gesucht / eben in E durchschneiden würde / derohalben auch EG so dann die wahre Scheidungs-Linie auff die begehrte 51(0 geben wird. Hat man nun mehr Theil herab zu schneiden / so verfähret man eben so / wie bißher gemeldet worden. Die ausgesetzte Exempel folgen hiernach.

AG 10/2 (1
AB 5 (0

51/0 (1 oder 51(0 Area Parallelogrammi ABEG

Perpend. EK 4/5 (1
Perpend. CH 4/5 (1 Add.

9/0 (1 oder 9(0

DG. 1 3/8 (1
9 (0 Perpendicularen

✗ ✗ ✗ ✗ (1 } 62/1(1 Area
✗ ✗ ✗ Trapezii.

5 1. (0 Area Parall.
6 2/1 (1 Area Trapezii.

1 1 3/1 (1 Area der gantzen Figur/
Davon 60/1 (1 abzuschneiden.
1 0/2 (1 Seite AG
5 (0 Seite AB
5 1/0 (1 oder 51 (0 Area der abgeschnittenen Figur.
6 0/1 (1 □ Innhalt deß Stücks/ so abgeschnitten werden soll.
5 1 (0 Area der abgeschnittenen Figur.
9/1 (1 Differenz oder Uberschuß.

Scheid-Linie EG 5/9 (1 >25 (1 halbe Scheidungs-Linie.

9/8/4 (3 >3/64 (2 Höhe deß △
Perpendic. EF 3/64 (2
Basis EG 5 (0
8 4 0 (2 >9/1 (1 Area Trianguli EFG
4 2
Die abgeschnittene Area 5 1 (0
Area △li EFG 9 1 (1 add.
60/1 (1 Summa,
wie begehrt worden.

Man besehe die 97. fig. der 10. Pl.

Ein

## Ein ander Exempel.

Es sey gegeben das viereckichte Feld AECF, und solte man 2 □ Ruthen davon abschneiden/ so schneidet man nach Belieben das Stück ABCD davon nach Belieben ab/weilen aber ein solches zu wenig/ gemlich 845(3 hält/ so operiret man wie oben/ suchet die Differenz, dividirt solche durch die halbe Scheid-Linie BD, so bekommt man die Höhe deß Trianguls/ der noch darzu soll/ daß es die 2 □ Ruthen völlig bekomme. Z. E.

Area deß gantzen Felds ist 4/3 1 6(3 □

AB 6 5 (2 — 2 0 0 0(3

BD 1/3 (1 — . 8.4.5 (3 Subtr.

1 9 5 — 1/1 5 5 Differenz

6 5

8 4 5 (3 Area deß abgeschnittenen Stücks. — ✗ ✗/3| ✗(2 }65(2 halbe Scheid-Linie.

✗(4

8 8

✗ ✗ ✗(5

✗/✗ ✗ ✗| ✗ &c. (4 } 1/77(2 Höhe deß Trianguls.

✗ ✗ ✗ ✗ (2

✗ ✗

Und weilen dieser Triangul gantz ungereimt fiele/als könte man selben nach deme/was oben gesagt/ in ein Parallelogrammum gleichen Inn-

Innhalts verwandeln / ſo fiele die Seite IH mit AC Parallel. Beſ. die 98. fig. der 10. Pl.

Und damit hätten wir durch deß Allerhöchſten Hülffe die Planimetrie zu Ende gebracht/ wollen aber nichts deſtoweniger/ſtatt einer Zugabe/ noch etliche wenige Problemata, die in der Folge ebner maſſen nutzen könten/hiebey fügen.

Und ſeye das erſte hiervon / wie man verſchiedene Quadrata, Z. E. P, Q. R, S, in eines von gleichem Innhalt verwandlen ſolle. fig. 99. der 10. Pl. Man reiſſe die Linie TV hin / und zwar ſo lang als eine Seiten deß Quadrats P, und richte aus V eine Perpendicular VX auf/ ſo lang als die Seite deß andern Quadrats Q, ziehe hernach die Hypotenuſam TX, ſo wird das Quadrat von ſolcher Länge und Breite eben ſo groſſen Innhalt haben/ als die beyden Quadrata P und Q nach unſerm obigen Theorem. und der 47. Pr. L. I. Eucl. Nun trage man auch die Seiten deß Quadrats R aus X perpendicular in Y, und ziehe die hypotenuſam TY, ſo machet ſolche die Seiten eines Quadrats, das ſo groß iſt/ als die erſten drey P, Q und R zuſammen.

Ferner richte man die Seiten deß Quadrats S auff TY perpendicular auff in Z, und reiſſe die hypotenuſam TZ, welche einen Quadrat gibet / ſo allein ſo groß iſt / als die 4. Quadrata P, Q. R, S. zugleich.

2. Einen Circul ABCD zu vergröſſern. fig. 100. der 10. Pl. Reiſſe in den Circul den Diametrum AC aus dem centro E auff den Diametrum

trum eine lange perpendicular-Linie EF in die Höhe/und faſſe die weite CB, als die Subtenſam eines Quadranten/ und reiſſe damit aus E dem Centro einen andern Circul/ der die perpendicularem in F durchſchneidet / dieſer iſt gleich doppelt gröſſer als der erſte. Darnach faſſe die Weite CF, als die Subtenſam der Semidiametrorum deß einfachen und doppelten Circuls/ und reiſſe damit aus E wieder einen Circul G, der iſt 3. mal ſo groß als der erſte / und ſo fort/ als weit du wilt / dann alſo ergröſſern ſich die Circul immer in progreſſione Arithmetica.

In progreſſione Geometrica aber kan man einen Circul ILK fig. 101. der 10. Pl. alſo vergröſſern: Man reiſſe erſtlich wie vor einen Diametrum IK in den Circul / welcher einer Seits über den Circul hinaus verlängert werden ſoll/ gegen X, und aus dem Centro eine lange perpendicularem MN. Nun faſſe man die Subtenſam deß Quadranten KL, und reiſſe mit dieſer Weite aus dem Centro M einen andern Circul OP, der iſt doppelt ſo groß als der erſte. Hernach faſſe man die Subtenſam deß gedoppelten Circuls OP, und reiſſe damit aus dem Centro einen andern Circul QR, der wird vierfach gröſſer als der erſte.

Weiters faſſe man die Subtenſam von QR, und reiſſe damit wieder einen Circul ST, der wird 8. mal ſo groß als der erſte/ u. ſ. f.

3. Ein Quadrat ST in Arithmetiſch- und Geometriſcher progreſſion zu ergröſſern. Beſ.

fig. 102. der 10. Pl. Man faſſe die Diagonal-Weite ST, und trage ſolche aus R auff die verlängerte Seiten deß erſten Quadrats bey UU, ſo wird es eben noch ſo viel in ſich faſſen/ als das erſte. Hernach faſſe man die Weite SV, und mache darauff ein neues Quadrat XX, dieſes wird ſo groß ſeyn / als die erſten beyden zuſammen. Ferner faſſe man die Weiten SX, und mache nach dieſer das Quadrat YY, ſo wird dieſes viermal ſo groß ſeyn/ als das erſte/ u. ſ. f. Und alſo werden die Quadrata in progreſſione Arithmetica immer fortſteigen.

In progreſſione Geometrica machet mans/ wie bey dem Circul ſchon gedacht worden/ man machet nemlich auff dieſe Subtenſam BC ein neues Quadrat EF, ſo iſt es doppelt ſo groß als das erſte / darnach mache man auff die Diagonalem EF wieder ein neues Quadrat GH, dieſes wird wieder doppelt ſo groß als das erſte / und ſo immer fort.

# Der Geometrie
# Dritter Theil.
## Oder
## Stereometria, ſo da die Cörper / Maaß und das eigentliche ſo genannte Viſieren erkläret.

## Die Theorie.

OBen in der Planimetrie iſt gedacht worden / daß eine Circul-Fläche entſtehe / wann eine Linie ſich in einem fixen Centro in die Runde bewöge / eine Sphæra oder Kugel aber entſtehet / wann die Circul-Fläche ſich um den Diameter AC fig. 104. herumer bewöget / biß ſie äuſſerlich eine Figur angenommen.

Der Kugel folget nach der Conus oder Kegel X oder U, fig. 105. der 11. Pl. und dann auch der Cylinder Y und Z fig. 106. davon die eine recti gerade auffrechte / die andere aber obliqui oder ſchife heiſſen; wann nun fig. 107. die Linie BC ſich um CA herummer drehet / und zwar nach der Circumferenz BGH, ſo wird durch ſolche Bewögung ein Conus generiret /

drähet ſich aber das Parallelogramm ABDF beſagter maſſen herumer/ ſo kommet ein Cylinder heraus/ beſ. fig. 108. und wird in beyden die Mittel-Linie fig. 107. AC, fig. 108. FA axis die Achſe genennet.

Wann man ſich einbildet/ die Linie ab, ſo in a fix iſt/ bewöge ſich nach der Länge der Seiten deß Vielecks bcd herumer/ ſo beſchreibet ſie durch dieſe Bewögung eine Figur/ die Lateiniſch Pyramis, eine Flammen-Säule heiſſet. Beſ. fig. 109. und das polygonum nennet man deß Pyramidis Baſin.

Bewöget ſich die Linie ab gleichförmig um die 2. Polygona bcd und aghi, die einander denen Seiten und Winckeln nach gantz gleich ſeyn/ ſo/ daß die parallele-Seiten gantz mit einander übereinkommen/ ſo generiret vorbeſagte Linie durch dieſe Bewögung das Priſma, daran vorbemeldte polygona die Baſes genannt werden. Beſ. fig. 110.

Und wann die Baſes der priſmatum parallelogramma ſeyn/ ſo nennet man ſie parallelopipeda.

Hieher gehören auch die 5. reguliere Cörper: 1. das Tetraëdrum, ſo innerhalb 4. gleichen und gleichſeitigen Trianguln begriffen iſt/ dergleichen iſt ein Pyramis, deſſen Baſis einer jeden Seiten-Flächen gleich iſt. Beſ. fig. 111. n. 1. 2. Das Hexaëdrum oder der Cubus, ſo aus 6. gleichen Quadratis beſtehet/ wie fig. 111. n. 2. 3. Octaëdrum beſtehet aus acht gleichen und

gleich-

gleichſeitigen Trianguln/ und iſt nichts anders dann ein gedoppeltes Tetraëdrum. 4. Das Dodecaëdrum wird innerhalb 12. gleichen und gleichſeitigen Fünffecken begriffen/wie fig. III. n. 4. zu ſehen. 5. Icoſaëdrum beſtehet aus 20. gleichen und gleichſeitigen Trianguln/ wie fig. III. n. 5. zu ſehen. Auſſer dieſen 5. regulieren Cörpern finden ſich keine mehr/ welches alſo kan bewieſen werden.

Man nehme gleichſeitige Triangul/als die einfältigſten der gerad-linichten Figuren/ ſo brauchet man wenigſtens 3. einen angulum ſolidum zu machen; aus dieſen 3. zuſammen-geſetzten Trianguln aber entſtehet das Tetraëdrum, dann wann dieſe in ein Punct zuſammen/ ſo laſſen ſie eine dreyeckichte Baſin über/ die denen übrigen Seiten gantz gleich iſt.

Vereinbahret man 4. dergleichen Triangul/ ſo entſtehet ein Winckel deß Octaëdri.

Aus 5. ſolchen Trianguln entſpringet ein Winckel eines Icoſaëdri. Sechs Triangul zugleich können keinen angulum ſolidum machen/ dann ſie gleichen 4. rechten Winckeln: Es beſtehet aber ein jeder angulus ſolidus aus flachen Winckeln/ die/ wo man ſie zuſammen nimmt/ kleiner dann 4. rechte Winckel ſeyn müſſen. Iſt dieſem nach unmöglich/ daß man aus deren Trianguln mehr reguliere Cörper/ dann die bereits gemeldte/ machen könne.

Nimmt man nun Quadrata, und füget 3. zuſammen/ ſo bekommt man einen Cubum, und

kan man aus ſolchen keinen andern Cörper dann einen Cubum machen / dann wo man 4. Quadrata nähme / und ſie zuſammen ſetzte / ſo machten ſie keinen angulum ſolidum, ſondern eine Fläche.

Nimmt man 3. Fünffeck / ſo entſtehet ein Winckel eines Dodecaëdri, 4. Fünffeck aber können gleicher maſſen keinen angulum ſolidum machen.

Füget man endlichen 3. Sechseck zuſammen / ſo machen ſelbe 4. rechte Winckel / und können folglich keinen angulum ſolidum geben / 3. Sieben eck oder andere Figuren von mehrern Seiten thun ſolches noch viel weniger. Kan man demnach auſſer berührten 5. regulieren Cörpern / nicht mehr hervorbringen.

## Die vornehmſten Theoremata, ſo die Cörper und Solida angehen.

### 1. Theorema.

Die Parallelopipeda, ſo gleiche Baſes haben / und zwiſchen gleichen parallelis ſtehen / ſeyn einander gleich. Dieſes bedarff keines Beweiſes / und iſt von ſich ſelbſten klar.

### 2. Theorema.

Ein jedes parallelopipedum wird von der Fläche der 2. überzwerchen Diametrorum der Flächen / AE und KM in 2. gantz gleiche drey eckichte

eckichte prismata zerschnitten. Bes. fig. 112. Dann die Baſes ADE und AEF seyn einander gantz gleich / und werden die prismata durch deſſer gleiches Niedersteigen auch generirt / dannenhero seyn ſie auch einander gleich.

## 3. Theorema.

Die dreyeckichte prismata auff gleichen Baſen und zwischen einerley parallelen begriffen / seyn einander gantz gleich. Wir haben oben in Planimetria bewieſen / daß die Triangul ABF und ABG einander gleich seyen / diesem nach so gleichen auch die äuſſerſten Triangul DCE und DCH einander auch / dahero unschwer folget / daß auch alle annoch mögliche Zwischen-Triangul ebner maſſen einander gleichen / und folglich auch die gantzen prismata. Bes. fig. 113. der 12. Pl.

## 4. Theorema.

Die Pyramides auf gleichen Baſen und zwiſchen einerley parallelen begriffen / gleichen einander auch. Und seyn auch insgemein alle prismata, Cylinder, Coni, wo ſie auff gleichen Baſen stehen / und gleiche Höhe haben / einander gleich.

## 5. Theorema.

Die Pyramides und Coni, ſo mit denen Priſmatis und Cylindern gleiche Baſen haben / und in einerley parallelen stehen / seyn der dritte Theil der Priſmatum und Cylinder. Wir wollen dieſes durch die 114. Figur an einem dreyeckichten prismate beweißlich erklären.

Die 3. Pyramides ACFB, ACDE und CDEF, worein das dreyeckichte prisma resolviret wird, seyn einander gleich. Dann der erste und andere Pyramis haben gleiche Bases, und einerley Verticem, oder Höhe F, so haben auch der erste und dritte gleiche Bases und Höhe deß prismatis. Ergò, seyn sie gleich/ und ist jeder der dritte Theil deß prismatis.

## 6. Theorema.

Der Cubus ist gegen seinem eingeschriebenen Cylinder, wie 5. gegen 4/ oder wie Archimedes will/ 14. gegen 11.

## 7. Theorema.

Der Cylinder verhält sich gegen seiner eingeschriebenen Kugel/ wie 3. gegen 2.

## 8. Theorema.

Der Cubus verhält sich gegen seiner eingeschriebenen Kugel/ wie 15. gegen 8.

## 9. Theorema.

Eine jede Sphæra ist gleich einem Cono oder Kegel/ dessen Achse der Sphæren Diameter ist/ und die Fläche der gantzen Convexen Kugel Fläche gleichet.

# Die Praxis.

## 1. Problema.

**Die 5. regulieren Cörper zu machen/ und erstlich zwar das Tetraëdrum von Papier auszufertigen. Vid. fig. 115.**

Mache

Mache einen gleich-seitigen Triangul ABC, und ſetze auff jede Seite noch einen in gleicher Gröſſe / wie ABE, BCD und ACF, ſo iſt der Cörper fertig.

Zum andern: Den Cubum auszufertigen. Beſ. fig. 116.

Mache einen gleichſeitigen Quadrat, mit rechten Winckeln / wie ABCD, ſetze auff jede Seite noch eines dergleichen Viereck / wie ABEF, BCGH, DCIK, und ADLM; ziehe EF, GH, IK, und LM mit geraden Linien zuſammen / und ſetze ein dergleichen Viereck auff eines von dieſen vier letzten / wie KINO, und alſo wird der Cubus fertig ſeyn.

Zum dritten: Ein Octaëdrum zu machen: Weilen ſolches ein gedoppeltes Tetraëdrum iſt / ſo beſtehet es bloß aus einem gedoppelten Reti von ermeldtem Tetraëdro. Beſ. fig. 117.

Zum vierdten: Ein Dodecaëdrum auszufertigen. Mache ein gleichſeitiges Fünffeck ABCDE, deſſen Centrum F iſt; nehme die Weite AF, und mache auff jede Seiten 2. Bögen / die ſich unter einander durchſchneiden / wie abg, bch, cdi, dek, und eal, ziehe dann aus g, h, i, k, l, 5. Circul / und theile einen jeden mit der Weite ab in 5. gleiche Theile / ſo / daß um das erſte Fünffeck noch 5. dergleichen ſtehen; dann nehme die Weite im, oder in, und ziehe 2. Bögen / ſo ſich in o durchſchneiden / aus dieſem Punct reiſſe wieder einen Circul durch nm, den

du theilen solt wie die ersten / auch verfahren/ wie zu erst gelehret worden. Bes. fig. 118.

Zum 5. Ein Icosaëdrum zu machen. Mache auff einer Linie 5. gleichseitige Triangul/ wie ABC, BDE, DFG, FHI und HKL, aus AC ziehe 2. Bögen/ so sich in M durchschneiden/ ziehe AM und ML durch gerade Linien zusammen/ setze auff MC den gleichseitigen Triangul N, auff CE einen andern O, auff EG den dritten P, auff GI den vierdten Q, und auff IL den fünfften R, und thu unten deßgleichen mit der Basi. Besihe fig. 119.

Und so viel von Ausfertigung der 5. regulieren / oder (wie man sie sonsten nennet) der Platonischen Cörper.

Wir wollen aber auch noch mehrere Cörper auszufertigen lehren/ und weisen/ wie man ein Parallelogrammum machen solle.

Man mache ein ablanges Viereck mit rechten Winckeln ABCD, und verlängere die Seiten AC und BD sowohl oben als unten/ setze auf AB eine andere Distanz nach Belieben / wie AE, BF, welche hernach auch unter CD muß gesetzet werden / wie CG, DH, ziehe alsdann EF und GH zusammen. Auff EF setze die Weite AC oder DB, wie EI und FK, und ziehe IK zusammen/ dann verlängere EF und AB, und setze auf die Verlängerung die Weite AC oder BD, wie FL und BM, EN und AO, und ziehe LM und NO zusammen/ so wird das Parallelogrammum begehrter massen fertig seyn. Bes. fig. 120.

Einen

Einen Cylinder zu machen. Mache ein ablanges Viereck ABCD, theile AB in 22. gleiche Theile/ richte aus was vor einem Punct du wilt/ eine perpendicular auff/ und ſetze 7. Theil von denen 22. darauff/ wie FG; nehme die Weite FB, und ſetze ſie auch auff DC, wie DH, aus H laß eine perpendicular fallen/ die ſo lang iſt als FG, wie HI, und theile FG und HI in 2. gleiche Theile/ und aus der Mitten reiſſe Circul/ ſo wird auff dieſe Weiſe der Cylinder fertig ſeyn. Beſ. fig. 121.

Einen Kegel zu machen. Erwähle einen Punct wie A, und ziehe aus ſelbigem einen Bogen/ ſetze auff dieſen Bogen 22. gleiche Theile/ ſo ſich in GH enden/ die man in A ziehen ſoll/ reiſſe/ aus was vor einem Punct du wilt/ eine perpendicular, und ſetze 7. Theil von den 22. darauff/ wie BC, theile BC in 2. gleiche Theile/ und aus der Mitten D ziehe einen Circul/ ſo vor den Bogen GH gut ſeyn wird. Beſ. fig. 122. Und ſo viel von dieſem.

## 2. Problema.

## Eines Cubi oder Parallelopipedi Rectanguli Capacität auszurechnen.

Man multiplicire die Breite der Baſen AB mit der Länge AC, und dieſes product wieder mit der Höhe CD, ſo bekommt man die Capacität an Cubiſchen Maſſen/ Krafft deß 2. Theorem. Coroll. 1. Z. E. Man habe einen Cu-

bum, davon die Seite AB 3. Schuh / AC auch 3. Schuh / und die Höhe DC gleichermassen so viel Schuh halte / so multiplicire man AB 3. Schuh / mit AC 3. Schuh / kommt vor das product 9. Schuh / diese 9. Schuh multiplicire man ferner mit der Höhe DC 3. Schuh / kommen 27. Schuh vor die Capacität erwehnten Cubi. Das Exempel stehet also:

AB 3.
AC 3

9

DC 3

27. Schuh. Bes. fig. 123.

Hätte man das Parallelogrammum Rectangulum fig. 124. zu berechnen / woran die Seite CA 10(o / AD 4(o hielte / und die Höhe 6(o erreichete / so multiplicirte man gleicher massen CA 10(o mit AD 4(o / käme vor das product 40(o / nemlichen die untere Fläche ACD, diese Fläche 40(o multiplicirte man weiter mit der Höhe 6(o / käme 240(o vor die Capacität / und stehet das Exempel also:

CA 10(o
AD 4(o

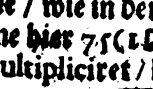
40(o□
BC 6(o

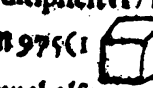
240(o

## 3. Probl.

## Eines jeden dreyeckichten Prismatis Capacität auszufinden.

Wann man vor die Basin eines der Parallelogrammen Z. E. ABCD fig. 125. nimmt/ und dessen aream nach Probl. 5. deß vorhergehenden Theils/ durch die halbe Höhe/ nach Theor. 1. multipliciret/ so bekommt man die Capacität.

Nimmt man aber die dreyeckichte Basin AFD, und multipliciret derer aream mit der gantzen Höhe/ so bekommt man den Innhalt gleicher massen. Z. E. Man wolte die Capacität deß prismatis fig. 125. wissen/ so nimmt man entweder die Seiten der untern Fläche/ nemlich AB, 13(0/ multipliciret sie mit der andern Seiten AD 5(0/ kommt vor das product 65(0□/ solche mit der halben Höhe EF, 1/5(1 multipliciret/ bringet die Solidität ermeldten prismatis, nemlich 97/5(1 

Nimmt man aber die dreyeckichte Fläche ADF, und berechnet sie/ wie in der Planimetrie erkläret worden/ käme hier 75(1□/ solche mit der Höhe AB 19(0 multipliciret/ käme vor den Innhalt ebner massen 975(1  / wie oben.

Und stünden die Exempel also:

kan man aus ſolchen keinen andern Cörper dann einen Cubum machen / dann wo man 4. Quadrata nähme/ und ſie zuſammen ſetzte / ſo machten ſie keinen angulum ſolidum, ſondern eine Fläche.

Nimmt man 3. Fünffeck / ſo entſtehet ein Winckel eines Dodecaëdri, 4. Fünffeck aber können gleicher maſſen keinen angulum ſolidum machen.

Füget man endlichen 3. Sechseck zuſammen / ſo machen ſelbe 4. rechte Winckel / und können folglich keinen angulum ſolidum geben / 3. Siebeneck oder andere Figuren von mehrern Seiten thun ſolches noch viel weniger. Kan man demnach auſſer berührten 5. regulieren Cörpern/ nicht mehr hervorbringen.

## Die vornehmſten Theoremata, ſo die Cörper und Solida angehen.

### 1. Theorema.

Die Parallelopipeda, ſo gleiche Baſes haben / und zwiſchen gleichen parallelis ſtehen/ ſeyn einander gleich. Dieſes bedarff keines Beweiſes / und iſt von ſich ſelbſten klar.

### 2. Theorema.

Ein jedes parallelopipedum wird von der Fläche der 2. überzwerchen Diametrorum der Flächen/ NE und KM in 2. gantz gleiche dreyeckichte

eckichte prismata zerschnitten. Bes. fig. 112. Dann die Bases ADE und AEF seyn einander gantz gleich / und werden die prismata durch derer gleiches Niedersteigen auch generirt / dannenhero seyn sie auch einander gleich.

## 3. Theorema.

Die dreyeckichte prismata auff gleichen Basen und zwischen einerley parallelen begriffen / seyn einander gantz gleich. Wir haben oben in Planimetria bewiesen / daß die Triangul ABF und ABG einander gleich seyen / diesem nach so gleichen auch die äusserſten Triangul DCE und DCH einander auch / dahero unschwer folget / daß auch alle annoch mögliche Zwischen-Triangul ebner massen einander gleichen / und folglich auch die gantzen prismata. Bes. fig. 113. der 12. M.

## 4. Theorema.

Die Pyramides auf gleichen Basen und zwischen einerley parallelen begriffen / gleichen einander auch. Und seyn auch insgemein alle prismata, Cylinder, Coni, wo sie auff gleichen Basen stehen / und gleiche Höhe haben / einander gleich.

## 5. Theorema.

Die Pyramides und Coni, so mit denen Prismatis und Cylindern gleiche Basen haben / und in einerley parallelen stehen / seyn der dritte Theil der Prismatum und Cylinder. Wir wollen dieses durch die 114. Figur an einem dreyeckichten prismate beweißlich erklären.

Die 3. Pyramides ACFB, ACDE und CDEF, worein das dreyeckichte prisma resolviret wird/ seyn einander gleich. Dann der erste und andere Pyramis haben gleiche Bases, und einerley Verticem, oder Höhe F, so haben auch der erste und dritte gleiche Bases und Höhe deß prismatis. Ergò, seyn sie gleich/ und ist jeder der dritte Theil deß prismatis.

## 6. Theorema.

Der Cubus ist gegen seinem eingeschriebenen Cylinder, wie 5. gegen 4/ oder wie Archimedes will/ 14. gegen 11.

## 7. Theorema.

Der Cylinder verhält sich gegen seiner eingeschriebenen Kugel/ wie 3. gegen 2.

## 8. Theorema.

Der Cubus verhält sich gegen seiner eingeschriebenen Kugel/ wie 15. gegen 8.

## 9. Theorema.

Eine jede Sphæra ist gleich einem Cono oder Kegel/ dessen Achse der Sphæren Diameter ist/ und die Fläche der gantzen Convexen Kugel Fläche gleichet.

# Die Praxis.

## 1. Problema.

**Die 5. regulieren Cörper zu machen/ und erstlich zwar das Tetraëdrum von Papier auszufertigen. Vef. fig. 115.**

Mache

Mache einen gleich-ſeitigen Triangul ABC, und ſetze auff jede Seite noch einen in gleicher Gröſſe / wie ABE, BCD und ACF, ſo iſt der Cörper fertig.

Zum andern: Den Cubum auszufertigen. Beſ. fig. 116.

Mache einen gleichſeitigen Quadrat, mit rechten Winckeln / wie ABCD, ſetze auff jede Seite noch eines dergleichen Viereck / wie ABEF, BCGH, DCIK, und ADLM; ziehe EF, GH, IK, und LM mit geraden Linien zuſammen / und ſetze ein dergleichen Viereck auff eines von dieſen vier letzten / wie KINO, und alſo wird der Cubus fertig ſeyn.

Zum dritten: Ein Octaëdrum zu machen: Weilen ſolches ein gedoppeltes Tetraëdrum iſt / ſo beſtehet es bloß aus einem gedoppelten Netz von ermeldtem Tetraëdro. Beſ. fig. 117.

Zum vierdten: Ein Dodecaëdrum auszufertigen. Mache ein gleichſeitiges Fünffeck ABCDE, deſſen Centrum F iſt; nehme die Weite AF, und mache auff jede Seiten 2. Bögen / die ſich unter einander durchſchneiden / wie abg, bch, cdi, dek, und eal, ziehe dann aus g, h, i, k, l, 5. Circul / und theile einen jeden mit der Weite ab in 5. gleiche Theile / ſo / daß um das erſte Fünffeck noch 5. dergleichen ſtehen; dann nehme die Weite im, oder in, und ziehe 2. Bögen / ſo ſich in o durchſchneiden / aus dieſem Punct reiſſe wieder einen Circul durch m, den

heilen ſolt wie die erſten / auch verfahren/ zu erſt gelehret worden. Beſ. fig. 118.

Zum 5. Ein Icoſaëdrum zu machen. Ma auff einer Linie 5. gleichſeitige Triangul/ ABC, BDE, DFG, FHI und HKL, aus AC 2. Bögen/ ſo ſich in M durchſchneiden/ zie M und ML durch gerade Linien zuſammen/ auff MC den gleichſeitigen Triangul N, CE einen andern O, auff EG den dritten P, GI den vierdten Q, und auff IL den fünff R, und thu unten deßgleichen mit der Baſi. ihe fig. 119.

Und ſo viel von Ausfertigung der 5. regu n / oder (wie man ſie ſonſten nennet) der onischen Cörper.

Wir wollen aber auch noch mehrere Cör auszufertigen lehren/ und weiſen/ wie man Parallelogrammum machen ſolle.

Man mache ein ablanges Viereck mit rech Winckeln ABCD, und verlängere die Sei AC und BD ſowohl oben als unten/ ſetze auf eine andere Diſtanz nach Belieben / wie BF, welche hernach auch unter CD muß ge werden / wie CG, DH, ziehe alsdann EF GH zuſammen. Auff EF ſetze die Weite der DB, wie EI und FK, und ziehe IK zuſam dann verlängere EF und AB, und ſetze auf Verlängerung die Weite AC oder BD, wie nd BM, EN und AO, und ziehe LM und uſammen/ ſo wird das Parallelogrammum rter maſſen fertig ſeyn. Beſ. fig. 120.

Einen

Einen Cylinder zu machen. Mache ein ablanges Viereck ABCD, theile AB in 22. gleiche Theile/ richte/ aus was vor einem Punct du wilt/ eine perpendicular auff/ und setze 7. Theil von denen 22. darauff/ wie FG; nehme die Weite FB, und setze sie auch auff DC, wie DH, aus H laß eine perpendicular fallen/ die so lang ist als FG, wie HI, und theile FG und HI in 2. gleiche Theile/ und aus der Mitten reisse Circul/ so wird auff diese Weise der Cylinder fertig seyn. Vef. fig. 121.

Einen Kegel zu machen. Erwähle einen Punct wie A, und ziehe aus selbigem einen Bogen/ setze auff diesen Bogen 22. gleiche Theile/ sonsch in GH enden/ die man in A ziehen soll/ reisse/ aus was vor einem Punct du wilt/ eine perpendicular, und setze 7. Theil von den 22. darauff/ wie BC, theile BC in 2. gleiche Theile/ und aus der Mitten D ziehe einen Circul/ so vor den Bogen GH gut seyn wird. Vef. fig. 122. Und so viel von diesem.

## 2. Problema.

## Eines Cubi oder Parallelopipedi Rectanguli Capacität auszurechnen.

Man multiplicire die Breite der Basen AB mit der Länge AC, und dieses product wieder mit der Höhe CD, so bekommt man die Capacität an Cubischen Massen/ Krafft deß 2. Theorem. Coroll. 1. Z. E. Man habe einen Cu-

ſo dann das product mit 3/ ſo hat man/ was verlangt worden. Z. E.

Area Circuli, wie man ſie oben befunden/

1 1/3 4 1 1 (4□

Höhe deß Kegels/ 1 1/2 (1

2 2 6 8 2 2
1 1 3 4 1 1
1 1 3 4 1 1

1 2 7/0 2 0 3 2 (5

Inhalt deß Kegels. 42/34010 (5

Bey Ausrechnung deß halben Coni hat man ſich eben ſo zu verhalten/ wie bereits oben bey dem Cylinder Anregung geſchehen/ die Segmenta ſowohl von dieſen/ als den Cylindern, wollen wir biß weiter hinaus ſpahren.

## 7. Problema.

## Die abgekürtzte Pyramides oder Conos zu berechnen.

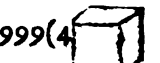
Allhier verſtehe ich die untern/ da dann die Spitze hoch oder niedrig davon weggenommen worden/ (dann den obern Theil oder die Spitzen findet man eben wie die Pyramides und Conos ſelbſten.) Das Problema nun aufzulöſen/ ſo iſt am beſten/ daß man den Pyramiden oder Conum ergäntze/ die obere abgängige Spitzen à part, und ſo dann auch den gantzen

Pyra-

Pyramiden oder Conum ausrechne / und endlichen das obere abgehende Stück vom gantzen ſubtrahire / ſo bleibet das untere Stück vor ſich im Reſt. Z. E. Es ſey gegeben das untere abgekürtzte Stück von einer Pyramiden A ; fig. 131. ſolches nun anfänglichen zu ergäntzen / verfähret man alſo : Deß abgekürtzten Stücks Höhe ab iſt 8(0 / deſſen untere Fläche / ſo recht winclicht / iſt breit 7(0 / nemlich an der Seiten DC, an CE aber lang 6(0 / die obere Fläche / ſo auch winckel-recht / iſt breit 3/73(2 lang an fg 3/2(1 / die Diſtanz der Seiten DC vom Centro der untern Fläche / ai iſt lang 3(0 / die ihr oben correſpondirende Diſtanz in der obern Fläche kb iſt lang 1/6(1 / welches alles wir in dem Triangul G fig. 132. der die halbe Pyramiden im Durchſchnitt præſentiret / vorſtellen.

Nun ziehe man die kleine obere Diſtanz kb von der untern ia ; ab / reſtiret im, die Differenz 1/4(1. dann ſage man : die Differenz 1/4(1 gibt mk, ſo ab gleich iſt / nemlich 8(0 / was gibt die gantze untere Diſtanz ia, 3(0 ? facit aL, die gantze Achs oder Höhe der Pyramide A ; 17/14285(7 von dieſer ziehe man das untere Stück ba 8(0 ab / ſo reſtiret bl. 9/14285(7. Hierauff ſuche man die obere Fläche / kommt 11/936(3 □ / dieſe Fläche multiplicire man mit der obern Höhe bl. 9/14285(5 / kommt 109/12905760(8 / welches mit 3. dividiret / bringet 36/37635253(8

Fürters ſo rechne man auch alſo die untere Fläche aus/ mit Multiplicirung der Fläche Länge 6(0 und Breite 7(0 mit einander/ kommt 42(0/ damit multiplicire man der Pyramiden gantze Höhe oder Achſe/ die zuvor ausgefunden worden/ nemlich 17/14285(5/ und dividire das product mit 3/ kommt 239/9999(4



vor den Innhalt der gantzen Pyramiden DCEL. von dieſer ſubtrahire man die obere abgängige Pyramide 36/3763525 3(8/ ſo reſtirt 203/62354747(8 vor deß untern Stücks Innhalt.

Die Rechnung ſelbſten ſtehet alſo:

ai 3/0(1
kb 1 6(1 Subtr.

1/4(1 Diff. im

| Diff. im | mk | Diſtanz ia |
|---|---|---|
| 1/4(1 | 8(0 | 3(0 |
| | 3 | |
| | 24(0 | |

x(1
3x3x3x3
xoxoxoxo
x8|ooooo(0(6 17/14285(5 gantze Höhe
xxxxxxx x(1 8 (0 ba. der Pyramiden.
xxxxxx

9/14285(5 bl Achſe.
11936(3

11936(3

5485710
2742855
8228565
914285
914285

Obere Fläche.
hf. 3/7 3(2
fg. 3/2(1
7 4 6
1 1 1 9
1 1/9 3 6(3

XXXXXX XX(1
XXXXXXXXXX ∅(8 }36/376352533(8 Inn-
XXXXXXXXX } halt der Pyramiden.

Untere Fläche.
DC 7(0
CE 6(0
42(0

17/142855(5 gantze Höhe
42(0 untere Fläche.
34 28570
685 7140

XXX XXX
XXX XXXXX (5 }21999990(5
XXX XXXXX Innhalt der gantzen Pyramiden.

2 3 9/9 9 9 9 0 0 0 0(8
3 6/3 7 6 3. 5. 2. 5. 3(8

2 0 3/6 2 3 5 4 7 4 7(8 Innhalt der abgekürtzten Pyramiden

Mit einem abgekürtzten Cono verfähret man eben auch alſo; man ergäntzet nemlichen den Conum, und berechnet ſowohl deſſen gantzen Innhalt / als auch das abgeſchnittene Stück / ſubtrahiret ſo dann eines vom andern / ſo bleibet das untere Stück im Reſt; wir wol-

len exercitii gratia nachfolgenden Conum fig. 133. auch noch ausgerechnet darstellen:

Semidiametri { EB 3/5(1
FD 1/5(1 Subtr.

2(0 GB.

Diff. GB 2(9 Höhe GD 6(9 Semid. EB 3/5(1

6(0

ꝛ ꝛ | ø ⟩10/5(1 gantze
ꝛ ꝛ | ꝛ Achse EH.

Obere Fläche.

100 000 — 31415 9 — 3(9?

3(0

9 | 42477 ⟩9/42477(5 Cir-
1 | 00000 cumf. CD.

9/4247 7(5 Circumf. CD.
1/5(1 Semid. FD.

47 1238 5
94 2477

ꝛꝛ ꝛ(1
ꝛꝛꝛꝛ ꝛꝛꝛꝛ 5(6⟩7068577(6 Fläche CFD.
ꝛ ꝛ ꝛꝛꝛꝛ ꝛ 4/5(1 Achse FH.

3534288 5
28274308

ꝛꝛꝛꝛ
ꝛꝛ/ꝛꝛꝛꝛ 5(7⟩10/60286 55(7
ꝛꝛ ꝛꝛꝛꝛꝛ ꝛ Area deß obern Kegels.

Un-

Untere Fläche. Semid. AB.

100000 — 3 14159 — 7(0

7(0

21|99113(0 >21/99113(5 Circumf. AB.
1|00000

21/99113(5 Circumf. AB.
3/5(1 Semid. BE.

109 9556 5
659 7339

x x xx(1
xxx xxxx x (6 >38/484477(6 Area der untern Fläche AEB.

3 8/4844 77(6
10/5(1

19 2422385
3848 44770

xxxxxxxxx
xxxxxxxxx (7 >134/695669 5(7 Innhalt deß gantzen Coni.

1 3 4/6 9 5 6 6 9 5(7
19/6 0 2. 8 6 5 5(7

124/0 9 2 8 0 4 0(7 Das abgekürtzte Kegel-Stück.

## 8. Problema.

## Der Trapeziorum Solidorum Innhalt zu berechnen.

Man bringet dergleichen Cörper-Figuren in ein parallelopipedum, wann man die areas der Basen ABCD und efgh fig. 134. zusammen addiret/ und den halben Theil der Summen vor die æquirte Basen nehmet/ diese Basin multipliciret man so dann mit der Höhe mn, so hat man dessen Capacität an Cubischen massen. Z. E. Man solte das Trapezium fig. 134. ausrechnen/ so suchet man die untere Fläche ABCD, indeme man die Seiten AB 20/5(1 mit BD 9/8(1 multipliciret/ kommt hier 200/90(2

Berechnet fürter die obere Fläche eben also/ kommt 131/88(2/ diese Superficial-Innhalt addiret man zusammen/ und halbieret sie/ kommt 166/39(2. dieses also halbirte product multipliciret man fürters mit deß Trapezii Höhe mn, so kommt vor dessen Cubischen Innhalt 216/307(3/ und stehet der Calculus also:

| | |
|---|---|
| AB. 20/5 (1 | GH 15/7 (1 |
| 9/8 (1 | EG 8/4 (1 |
| 1640 | 628 |
| 1845 | 1256 |
| 2009 0(2 | 13 1/8 8 (1 |
| 1318 8 (2 adde | |
| 166/39 (2 æquirte Basis. | |
| 13 (1 Höhe mn. | |
| 49917 | |
| 16639 | |
| 216/307 (3 Innhalt deß Trapezii. | |

9.

## 9. Probl.

# Das abgeschnittene Stück aus einem Cylindro außzurechnen.

Da rechne man nach deme/ was oben in der Planimetrie gemeldet worden/ den flachen Innhalt deß Segmenti aus/ und multipliciret hernach solchen mit der Länge/ so bekommt man nach Cubischen Massen den Innhalt deß Cylinder Stücks l. fig. 135.

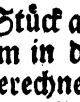
1. Dieses Stücks gantze Circul-Circumferenz zu finden/ sage man:

Diam.

100 — 3 1 4 — 72 (1
7 2 (1
6 2 8
2 1 9 8
2 2/6 | 0 8 } 22/6 (1 Circumf. Circuli.
1 1 1 | 0 0

2. Deß Bogens EHG Länge zu finden/ heißt es: Min.

21600 — 22/6 (1 — 4 4 1 0
2 2 6 (1
2 6 4 6 0
8 8 2 0
8 8 2 0
9 9 6 6 6 0
(2 (1
0 0 0 0
0 0 0 0 | 6/0 (1 } 4/6 (1 der Bogen EHG.
0 0 0 0 0 0

Bogen EHG 4/6(1
Semidiam. 3/6(1
2 7 6
1 3 8
8/2 8(2 Sector EFG.
△ EFG
Halbe Basis 2/1(1
Gantze Perpend. 2/9(1
1 8 9
4 2
6/0 9(2 △ EFG
8/2 8(2 Sector.
6 0.9(2 △ EFG Subt.
2/1 9(2 Segment. EHG.
6/3 (1 Länge.
6 5 7
1 3 1 4
1 3/7 9 7(3  Innhalt deß abgeschnittenen Cylinder-Stücks GHIK.

Wäre aber das Stück ausgeschweiffet / so wird solches nach dem in der Planimetrie ertheilten Bericht ausgerechnet / und selbige Fläche mit der Länge multipliciret / so hat man ebner massen den cörperlichen Innhalt.

Wäre dann dergleichen Stück von einem Cono, so verfahre man nach erst-beschriebener

Art

Art derer Segmenten Fläche auszufinden/ und multiplicirte selbe so dann mit einem Drittel der Länge.

Hätte man aber eine ellyptische Cylindroidem auszurechnen/ so suchte man anfänglichen die Ellyptische Fläche/ wie in der Planimetrie Anregung geschehen/und multiplicirte so dann solche mit der Dicke. Z. E. Es sey gegeben die ellyptische Cylindrois fig. 136/ so berechne man erstlich derer Fläche EFGH, nemlichen

Diametri { EH 6/9 (1
FG 5/1 (1

6 9
3 4 5

3 5/1 9 (2 )5/9(1 Media proportionalis zum Circul/ der dem Inhalt nach dem Oval genau gleichet.
2 5
1 0 9
2
3 8

Solche Circular-Fläche nun vollend zu berechnen/ sagt man:

Diam.

Diam.

100 — 3 1 4 — 5/9(1?

5/9(1

2 8 2 6

1 5 7 0

1 8 5 | 2 6(1 >18/526(3 Circumf.
1 | 0 0 295(2 Semid.

92630
166734
37052

x x x
xxxxxxx(x >xxxxxx(x
xxxxxxx Area der Oval-Fläche.

Solche Fläche multiplicire man mit der Dicke; so hat man den Cörper / wie verlangt worden.

2 7/3 2 5 8 5(5 Oval-Fläche.
3/4(1 Dicke.

1 0 9 3 0 3 4 0
8 1 9 7 7 5 5

9 2 9 0 7 8 9 0(6  Innhalt vorerwehnten Cörpers.

Nun

Nun iſt noch übrig in dem

## 10. Problemate.

## Zu weiſen / wie man die 5. regulieren Cörper ausrechnen ſolle.

Dieſe Sache iſt nicht ſchwehr / dann das Tetraëdrum iſt eine Pyramide, das Hexaëdrum ein Cubus, das Octaëdrum ein doppelter Pyramis, die andern aber / als das Dodecaëdrum und Icoſaëdrum ſeyn nichts anders / als lauter Pyramiden / derer Spitzen innwendig in das Centrum der Figur zuſammen gehen / und derer Baſen deß Cörpers Flächen ausmachen. So viel nun ſolcher Cörper Flächen hat / ſo viel finden ſich an ihme dergleichen Pyramiden / nemlich im Dodecaëdro 12, im Icoſaëdro 20 / wann ich demnach eine ſolche Pyramide ausrechne / und ihren Innhalt mit der Fläche Anzahl multiplicire / ſo kommt der völlige Innhalt deſſelbigen Cörpers heraus / Z. E. an der mit Fleiß heraus genommenen / und à part vorgeſtellten Pyramiden A fig. 137. nehme man nur dieſelbige eintzige Fläche abcſg vor ſich / daran hält eine Seite cf, 11/7556(4 / die perpendicular ge, 8/090(3 / daraus ſuche man nach der Planimetrie ſelbige völlige Fläche; ſolche multiplicire man mit der Pyramiden Höhe cd, und dividire das product mit 3 / kommt heraus der Innhalt der Pyramiden A. Weilen nun ſolcher Pyramiden am Dodecaëdro 12. ſeyn / ſo multiplicire den Innhalt der Pyramiden

den A mit 12/ so erhält man den gantzen Innhalt deß Dodecaëdri, wie von selbsten aus dem Calculo erhellet:

Seite cf 1 1/7 5 5 6(4
Perpend. eg 8/0 9 0(3

1 0 5 8 0 0 4 0
9 4 0 4 4 8 0

✗ ✗
0 5 ✗ 0 ✗ 8 0 ✗ 0(7 )47/55 14|020(7
✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ Area Trianguli cef.

4 7/5 5 1 4(4
5(0 Seiten.

A 3 7/7 5 7 0(4 Area Pentagoni abcfg.

Höhe deß Pyramiden.

✗ ✗ ✗
✗ 3/✗ ✗ 5 0(4 )4/5753(4⅓ der Höhe.
✗ ✗ ✗ ✗ ✗

237/757(3 Area Pentagoni.
45 753(4⅓ der Höhe deß Pyramid.

713 271
1 1887 85
166429 9
118 8785
951 028

1087/8 096 021(7 Innhalt der Pyramiden.

1 0 8 7/ 8 (1 Pyramide.
1 2 (0

2 1 7 5 6
1 0 8 7 8

1 3 0 5 3/ 6 (1 Innhalt deß gantzen Dodecaëdri.

Und eben auff dieſe Weiſe rechnet man auch das Icoſaëdrum aus.

Sonſten kan man ſich hierzu deß Metii Täfelein bedienen / darinnen die proportiones je eines regulier-Cörpers gegen dem andern dergeſtalten enthalten / daß je ein jeglicher Reyhen oder Column allezeit die quer hindurch geſetzet iſt / wann an einem regularen Cörper eine Seite ſo und ſo viel hält / ſo hält eines andern Seite / der ihm am Innhalt gleich iſt / ſo viel / als in der Reyhen neben an unter dem Titul / ſo oben gleich darüber ſtehet / zu finden iſt. Z. E. Wann das Hexaëdrum oder Cubus der Seiten nach 1000. Schuh oder Zoll hält / ſo wird eines Dodecaëdri, das ihme am Innhalt gleichet / ſeine Seite 507. Schuh oder Zoll halten. Ingleichem eines Icoſaëdri Seite / ſo ihme ebener maſſen gleich ſeyn ſolte / 770. ꝛc. Gleicher geſtalten / wann eines Octaëdri Seite 1694. Zoll hält / ſo wird eines Cubi Seite / der ihm dem Innhalt nach gleichet / 1518. Zoll halten / und eines ihm am Innhalt gleichen Icoſaëdri Seite 1000. Zoll / welches man insgeſamt aus der Tabellen A leicht wird zu erſehen haben.

Erſte

## Erſte Tafel.

## Andere Tafel.

| A | A | | | | | B |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Tetraëdr. | Octaëdr. | Hexaëdr. | Icoſaëdr. | Dodecaëd. | Sphæra. |
| | 1000 | 630 | 490 | 378 | 249 | 1225 |
| | 1587 | 1000 | 778 | 590 | 388 | 1414 |
| | 2040 | 1285 | 1000 | 770 | 507 | 1733 |
| | 2689 | 1694 | 1318 | 1000 | 658 | 1901 |
| | 4088 | 2575 | 2003 | 1521 | 1000 | 2809 |
| | | | | | | |
| B | 816 | 707 | 577 | 526 | 356 | 1000 |

Der Gebrauch der Tabellen A iſt dieſer/ wann ich einen Cörper in den andern verwandeln will/ z. E. wann ich aus einem Icoſaëdro ein

ein Dodecaëdrum, Cubum, Tetraëdrum, &c. gleichen Innhalts machen will/ ſo meſſe ich die Seite meines zu verwandlen gegebenen regularen Cörpers/ hier nemlichen deß Icoſaëdri, und halte ſelbige 65(2/ dann nehme man die proportion aus dem Täfelein A, d. i. ſuche oben den Nahmen deß Cörpers (allhier deß Icoſaëdri) und in der darzu gehörigen Column 1000. in ſolcher quer hindurch/ unter dem Nahmen deß Cörpers/ worein die Verwandlung geſchehen ſoll/ (hier ein Dodecaëdrum,) nehme die daſelbſt ſtehende Zahl 658/ und ſage nach der Regul de Tri: Wann eine Seite meines Icoſaëdri 1000. Zoll hat/ ſo hält die Seite eines Dodecaëdri, das ihm am Innhalt gleichet/658. Zoll; nun aber hat die Seite meines Icoſaëdri 65(2/ was wird dann auff ſolchen Schlag die Seite eines Dodecaëdri halten/ das ihme dem Innhalt nach gantz gleich ſeye? ſtünde alſo:

1000. 658 — 65(2?

65(2

3290

3948

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 7 | 7 | 0 | ) | 4277 | ( | 4 | So viel würde auch eine Seite deß Dodecaëdri halten/ das meinem Icoſaëdro am Innhalt gleichen würde. |
| 1 | | 0 | 0 | 0 | | | | | |

Die zweyte Tabelle mit B iſt deßwegen beygefügt worden / weilen ſie ſich einiger maſſen / wiewohlen nicht gäntzlichen / darzu ſchicket / weßwegen ſie dann auch davon in etwas abgeſondert worden. In ſelbiger nun ſeynd rechter Hand die Kugel-Achſen oder Diametri getragen / die ſie die Kugeln haben würden / wann ein regulierer Cörper / deſſen Seite 1000. hält / mit allen ſeinen Ecken recht darinnen ſtehen könte: Unten aber bey B ſtehen die Seiten der regulieren Cörper / die ſie haben würden / wann ſie in einer Kugel perfect ſtünden / derer Diameter oder Achſe 1000. Theil hätte. Z. E. Wann einer Kugel ihre Achſe 1000. Theil hätte / und man wolte ein Dodecaëdrum darein bringen / das ſich nett darein ſchickte / ſo würde eine Seite davon 356. ſolcher 1000. Theilchen halten. Wo aber die Achſe nur 32(2 hätte / ſo proportionire man alſo: 1000 -- 356 / — 32(2 ? facit 11392. So viel würde alsdann eine Seite deß Dodecaëdri halten / das ſich in ſolche Kugel ſchickte. Gleicher maſſen / wann eine Seite deß Dodecaëdri 1000. Theil hielte / ſo würde einer darzu geſchicklichen Kugel Achſe 2809. ſolcher Theile halten müſſen. Hätte aber deß Dodecaëdri Seite 11392(5 / ſo proportionirte man nach der Regul de Tri alſo: 1000 — 2809 — 11392(5 ? facit 32(2 / und ſo viel würde alsdann die Achſe einer Kugel halten / darein ſich das vorgegebene Dodecaëdrum ſchicken ſolte.

Der

Der zweyte Nutzen der Tabellen A iſt dieſer: Daß man jeglicher regulier Cörper Innhalt am nächſten dardurch finden kan/ inſonderheit deß Octaëdri, Icoſaëdri und Dodecaëdri, dann mit dem Cubo und Tetraëdro, als einer Pyramiden/ kan man leichter mit dem ordinairen und oben ſchon gewieſenen Weg zurecht kommen. Z. E. Ich wolte den Innhalt deß ſchon oben ausgerechneten Dodecaëdri (fig. 137.) wiſſen/ daran eine Seite 11/7556(4. gehalten. Nun gehe in die Tabellen/ und ſuche/ wann ein Dodecaëdrum 1000. an einer Seiten hat/ wie viel derſelben Theile ſo dann eine Seite an einem Cubo habe/ der dem Dodecaëdro am Innhalt gleich käme? Finde in derſelben Reyhen quer über und unter dem oben ſtehenden Namen/ deß Cubi 2003. ſage demnach: 1000. geben 2003/ was geben 11/7556(4? facit 23/5460(3 vor die Seite deß Cubi, der meinem Dodecaëdro am Innhalt gleich iſt. Dieſe nun multiplicire man Cubicè, ſo kommt der Innhalt deß Cubi, ſo meinem Dodecaëdro gantz gleich kommet/ und alſo vor ſelbes wohl paſſiren kan/ heraus.

Nun gehen wir aber weiter/ und wollen weiſen/ wie man einer Kugel cörperlichen Innhalt ausfinden ſolle? Es iſt oben in der Planimetrie bereits Anregung geſchehen/ daß eines Circuls Fläche nichts anders ſeye/ als ein Triangul/ deſſen Baſis deß Circuls Circumferenz, die Höhe aber der Semidiameter ſeye/ und alſo

ſeine Spitze deß Circuls ſein Centrum einnehme. Gehet man nun weiter / ſo wird man befinden / daß eine Kugel nichts anders ſeye / als eine continuirliche Pyramide ( oder viel tauſend an einander hangende Pyramiden ) derer Baſis die äuſſere Kugel-Fläche / die Höhe aber die halbe Achſe derſelben ſeye / und alſo eben auch die Spitzen das Centrum derſelben vorſtelle. Wann man nun mit der äuſſern ſuperficie convexa der Kugel und der halben Achſen / oder halben Dicke derſelben verfähret / wie mit den Baſen und der Höhe der Pyramiden oder Conorum, ſo gibt ſolches den Innhalt der Kugel.

Es hat aber Archimedes bewieſen / daß einer Kugel äuſſerſte Fläche oder ſuperficies convexa viermahl ſo groß ſeye als die Fläche deß gröſten Circuls / der auff ſolche Fläche ſich beſchreiben läſſet / das iſt eigentlich mit der Kugel Diametro, dahero ſo ſuche man erſtlich die Fläche ſolchen Circuls / multiplicire ſelbe mit 4 / oder multiplicire die Circumferenz mit der Achſe / welches gleich viel / ſo kommt die gantze convexe Fläche heraus; ſolches product multiplicire mit $\frac{2}{3}$ der gantzen Achſen / oder mit einem Drittel der halben Achſen / oder die halbe Fläche mit $\frac{1}{3}$ der gantzen Achſen / oder die gantze Buckel-Fläche mit der gantzen Achſe / und dividire das product mit 6 / ſo kommt allerſeits einerley cörperlicher Innhalt heraus.

Oder

Oder multiplicire den halben Diameter AB fig. 138. mit der obern Fläche der Kugel / die man also findet; man messe nemlich den Diametrum, suche seinen Umkreiß oder Circumferenz, so stäts 3. und $\frac{1}{7}$. Theil gröſſer ist / multiplicire so dann den Diameter mit ermeldtem Umkreiß / was nun heraus kommt / gibt die verlangte Fläche ob superficiem convexam. Wann man nun / wie gemeldet / den Semidiametrum mit der Kugel-Fläche multipliciret / so dividiret man das product mit 3 / so ist der Quotient die verlangte Soliditât. Z. E. Der Semidiameter habe hier 28. Schuh / die obere Fläche aber 9856. Schuh / multiplicire diese letztere mit den ersten 28. Schuh / die Summ 275968. dividire man mit 3 / der Quotus weiset die Soliditât der Kugel / so hier 91989$\frac{1}{3}$. Sch. ist.

Diameter, AB. 56

3

168

$8\frac{1}{7}$ vom Diameter oder 56. Add.

176 Circumf.

56 Diam.

1056

880

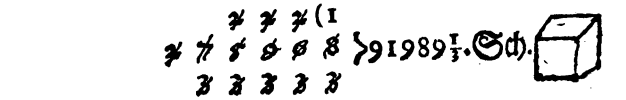
9856 Obere Fläche.

28 Semidiam.

78848

19712

275968




Bey Ausrechnung anderer irregulier Cörper hält man es gemeiniglich also: Man leget sie in ein viereckicht Gefäß / schüttet darüber zarten Sand oder Wasser / und misset die Seiten genau / rechnet es so dann / als ein Parallelopipedum aus / nimmt nach dem den Cörper heraus / und ebnet die Materie wieder besser massen / rechnet sie nochmahlen aus / und subtrahiret diesen Innhalt von dem ersten / so bleibet der Innhalt deß heraus genommenen Cörpers über. Bes. die 139. fig.

Nach Ausmessung der Cörper ist noch übrig / was weniges von dem so genannten Visieren zu melden / um auch bey allen Vorfallenheiten sowohl die Getreyd-Kästen / als auch die Getränck-Gefässe auszumessen / und nach Begehren zu sagen / wie viel sie Imi / Mitteln / Metzen / Eimer oder Maß in sich halten.

Hierzu nun ist vors erste vonnöthen / daß wir weisen / wie man sowohl den Cubimetrischen als auch Cylindrimetrischen Maßstab bereiten solle.

Dann / weilen zur Ausmessung der Cubisch- und Cylindrischen Gefässe ein nach Geometrischer Arbeit getheiltes Stäblein erfordert wird / so / daß alle und jede Theile dessen eine gewisse an diesem und jenem Ort gebräuch-

liche

liche Maß bedeuten / wann Z. E. einer zu wiſſen verlanget / wie viel Maß ein Gefäß an einem gewiſſen Ort faſſe / oder wie viel Imi Getreyds ein Frucht-Boden in ſich nehme / ꝛc. Da muß man nemlichen 1. vor deß Orts Maß ein gewiſſes Stäblein / ſowohl vor viereckichte als auch Cylindriſche Gefäſſe bereiten; mit dem Cubimetriſchen Maßſtab meſſen wir die Cörper / ſo aus flachen Seiten beſtehen; mit dem Cylindrimetriſchen aber die Cylindriſchen Gefäſſe / die Kugeln und Conos. Und geben etliche hierzu verſchiedene Arten an / dergleichen Stäblein auszufertigen / davon aber folgende die leichteſte und gewiſſeſte iſt.

1. Schneide man von der Linie AB, ſo auff ein glatt-gehobeltes Brett geriſſen worden / 10. kleine Theilichen ab / und zwar von A gegen C fig. 140. dieſe zehen Theilichen / d. i. die Weite AC trage man fürters von C in D, in E, von dar in F, &c. ſo wird die gantze Linie AB in 100. gleiche Theile getheilet ſeyn. Träget man AB 10. mahl auff die verlängerte Linie AB, ſo wird ſolche in 1000. gleiche Theile getheilet ſeyn.

2. Vor den Cylindrimetriſchen Maßſtab laſſe man ſich das Cylindriſche Gefäſſe A, vor den Cubimetriſchen aber das Cubiſche Gefäſſe oder Parallelopipedum B von Holtz / Kupffer oder einer andern Materie machen.

3. In dieſe Gefäſſe ſchütte man vor Auffragung der Maſſen von Getränck auff den

Maßstab/ 1/8/27/64/125. Maß/ oder eine andere Cubische Zahl der Massen (dieses Orts/ vor den man den Maßstab machen will) derer Radices und Cubische Seiten seyen 1. 2. 3. 4. 5. ꝛc. vor die Massen der trockenen Dinge/ Z. E. vor Auffragung der Malter/ Mittlen oder Metzen auff den Maßstab/ schütte in eben solche Gefässe 1. 8. 27/64/125. ꝛc. Malter/ Mittlen oder Metzen/ und mercke fleissig/ wie weit dieselbigen damit angefüllet worden/ hier biß in GG, fig. 141.

4. Messe mit der oben ausgetheilten Linie AB sowohl den innern Diametrum deß Bodens CD vom Cylindrischen Gefässe A fig. 141. als auch die Seiten der innern Basen KH, HC deß Cubischen Gefässes B fig. 141. Mit eben dieser Linie AB messe man auch die Höhe der Getränck oder deß Getreyds CG. Wann dieses geschehen/ so berechne die areas der Böden von beyden Gefässen. Diese ausgefundene areas in Quadrat-Massen der abgetheilten Linie AB multiplicire mit der Anfüllungs-Höhe CG, und ziehe aus dem product die Cubic-Wurtzel. Die Zahl dieser Wurtzel nehme auff den zuerst ausgetheilten Maßstab nach dem daselbst befindlichen Theilichen/ mit einem Hand-Circul/ und trage sie etlichmahl auff die Linie LM, so auch auff obigem Brett unter dem ersten Maßstab gezogen worden. Wann man nun in die Gefässe eine Maß oder Metzen gegossen/ so bedeuten alle und jede Theile der Linie LM eine

Maß

Maß oder Metzen hat man aber 8/27/64/125. Maß eingeſchüttet / ſo bedeuten jede Theile 8/27/64/125. Maß.

Dahero muß man alle ſolche Theile nochmahlen in 2/3/4/5. gleiche Theile theilen / daß ſo dann ein jedes ſolches Theilichen eine Maß bedeute. Wir wollen dieſes durch ein Exempel erklären:

Es halten die Seiten KH, HC 25. Theile / die Anfüllungs-Höhe CG aber habe 59. Theil / multiplicire nun die Seiten 25. in ſich ſelbſten / kommt 625 / dieſes product multiplicire nochmahlen mit der Höhe 59 / komt 36875. aus dieſer Zahl ziehe radicem Cubicam, komt 33. Z. E.

Seiten { HK 25
HC 25

1 2 5
5 0
6 2 5
5 9 Höhe HG.
5 6 2 5
3 1 2 5
3 6 8 7 5 } 33

3 3 3
3 3 3
9 9 9□—9
2 7 3 9△ 3
3 Quot. Nov. 27 Div. 81 27 Cub.
8 1 e. Q. & Div.

8 1 e. Q. & Div.
8 1 e. Q. Q. & Δlo
2 7 Cubus

8. 9 3. 7

9 3 8

Auff gleiche Weiſe verfertiget man auch den Cylindrimetriſchen Maßſtab. Man kan auch einen Theil vorerwehnten Cubimetriſchen Maßſtabs / oder auch alle in 10. oder 100. Theile theilen / ſo dienet er weit beſſer zum Gebrauch / wie ex praxi erhellen ſoll.

## 1. Problema.

## Eines hohlen Parallelopipedi Capacität zu meſſen.

Unter dieſem Nahmen werden alle viereckichte Cörper verſtanden / als Stuben / Frucht-Böden / Keller / Thürme / Brunnen und dergleichen / welche Capacität auff folgende Art gefunden wird:

1. Wann man mit dem Cubimetriſchen Maßſtab miſſet die Länge / Breite und Höhe.

2. Hernach die Länge mit der Breite / und diß / was heraus kommt / mit der Höhe multipliciret / ſo bekommt man hierdurch verlangter maſſen die Capacität. Z. E. Die Länge halte hier 200. groſſe Theile vom Maßſtab LM fig. 140. die Breite 120 / und die Höhe 80 / ſo multiplicire man 200. mit 120 / kommen 24000.

dieſes

dieſes product multiplicire ſo dann ferner mit 80/ ſo bekommt man die völlige Capacität des Scheuren / nemlich 1920000. Mittlen oder Metzen/ wo die Ruthe nach Mittlen oder Metzen auffgetragen worden.

Wann aber die Länge / Breite oder Höhe/ alle zugleich / oder nur 2 / nicht eben ſo genau groſſe Theile ausmachen'/ ſondern auch noch kleine darzu haben/ wie meiſtentheils zu geſchehen pfleget / ſo reſolvirt man alle groſſe Theile in die kleine / d. i. wann die groſſen Theile in 10. kleine getheilet ſeyn / ſo multiplicire man ſelbe mit 10/ ſeyn ſie in 100. Theile getheilet / ſo multiplicire ſie mit 100/ und addire zu denen producten die bey den groſſen Theilen befindliche kleinere Theile. Wann dieſes geſchehen / ſo multiplicire man / wie zuvor / die Länge mit der Breite / und dieſer product mit der Höhe/ und wirff aus dieſem letzten product die 3. vordere Zahlen rechter Hand hinweg / wo die groſſen Theile in 10. kleine getheilet ſeyn/ 6. wirff hinweg/ wann die groſſen Theile in 100. getheilet ſeyn / 9. aber / wo ſie in 1000. getheilet. Z. E. Ein Frucht-Kaſten halte an der Länge 180. groſſe und 7. kleine Theil / an der Breite 95. groſſe/ und 6. kleine/ an der Höhe aber 42. groſſe und 5. kleine. Wann man demnach die groſſen Längen-Puncten mit 10. multipliciret / und zum product die 7. kleine beygefügte Theile hinzu addiret / ſo bekommt man 1807. kleine Theile. Z. E.

180

180 groſſe Theile.
10

1800
7 kleine Theile. Adde.

1807

Multipliciret man nun fürters der Breite groſſe Theile mit 10/ und addiret zum product die angefügte 6. kleine Theile/ ſo bekommt man 956. kleine Theile. Z. E.

95 groſſe Theile.
10

950
6 kleine Theile. Adde.

956

Endlich multiplicire man auch die groſſen Höhe. Theile mit 10/ und addire zum product die beygefügte 5. kleine Theile/ ſo bekomt man vors product 425. kleine Theile. Z. E.

42 groſſe Theile.
10

420
5 kleine Theile. Add.

425

Wann man nun auff dieſe Weiſe alle groſſe Theile in kleine reſolvirt hat / ſo multiplicire man 1807. mit 956/ kommt heraus 1727492. Z. E.

1807

1 8 0 7
9 5 6
10842
9035
16263
1727492

Multipliciret man dann dieſes product fürters mit 425/ ſo kommt heraus 734184100. Z. E.

1727492
425
8637460
3454984
6909968
734184|100

Davon die 3. erſten Figuren rechter Hand abgeſchnitten/ bleiben über 734184/ und ſo viel Imi/Mittlen oder Metzen wird der Frucht-Kaſten halten.

## 1. Problema.

## Die Capacität eines Grabens auszufinden. (fig. 142.)

Meſſe ſeine obere Breite AF, ſo 16. Schuh habe/ wie nicht weniger ſeine untere Breite CD, ſo 12. Schuh halte; Ergründe dann auch die Tieffe CG, ſo 8. Schuh habe/ und meſſe letztens die Länge/ ſo von 1000. Schuhen ſeye;

Addi-

Addire die obere und untere Breite/ und mit der Helffte multiplicire deß Grabens Länge 1000/ kommen 14000/ dieſe mit der Tieffe ferner multipliciret/ bringet 112000. Z. E.

Obere Breite 16
Untere Breite 12 Adde.

28
Halb 14. æquirte Breite.
1000 Länge.

14000
8 Tieffe. CG.

112000 Wahre Capacität deß Grabens.

## 3. Problema.

## Die Capacität hohler Säulen/ Thürmer und anderer Priſmatum zu finden.

Man meſſe mit dem Cubimetriſchen Maßſtab die Höhe deß Priſmatis, der Säulen oder deß Thurms/ ſuche die aream der Baſen/ und multiplicire ſolche mit der Höhe/ ſo hat man die Capacität.

## 4. Problema.

## Die Capacität einer jeden regularen Pyramiden zu finden.

Suche durch den Cubimetriſchen Maßſtab der Baſen aream, meſſe ingleichem die Höhe ſolcher/

cher/ und multiplicire beyde mit einander/ dieſes product, wo mans durch 3. dividiret/ bringet die Capacität.

## 5. Problema.

## Eines Cylinders Capacität zu meſſen.

In Ausmeſſung deß Cylinders bedienet man ſich deß Cylindrimetriſchen Maßſtabs/ damit nun ſuchet man der Baſen aream, multipliciret dieſelbe mit der Höhe/ ſo weiſet das product die Capacität. Z. E. Die Baſis an Quadrat-Maſſen/ nach der Breite oder dem ausgefundenen Diametro halte 3249. kleine Puncten/ der Länge oder Höhe nach aber 128. kleine Puncten/ ſo multiplicire man dieſe beyde/ kommen 415|872/ und werffe rechter Hand die 3. erſten Zahlen hinweg/ damit man die groſſen Theile bekomme/ ſo reſtiren 415/. oder vielmehr 416. Maß/ und dieſes zwar deßwegen/ weilen die letzte weggeworffene Zahl 8. iſt/ und 10. gar nahe kommt/ will man aber noch accurater rechnen/ ſo ſage man nach der Regul de Tri, 1000. geben 1. Maß/ was geben die weggeworffene Zahlen 872/ ſo kommt bald $\frac{5}{6}$. einer Maß heraus/ iſt demnach die wahre Capacität deß Cylinders 415$\frac{5}{6}$. Maß.

## 6. Problema.

## Die Capacität eines Coni zu finden.

Suche

Suche mit dem Cylindrimetriſchen Maßſtab die aream der Baſen/ multiplicire dieſe Zahl mit dem dritten Theil der Höhe/ ſo gibt das productum deß Coni Capacität.

## 7. Problema.

## Die Capacität eines Cylinders von ungleichen Baſen zu berechnen.

Suche mit dem Cylindrimetriſchen Maßſtab die aream jeder Baſen / addire die 2. Summen zuſammen in eine/ und mit der Helffte dieſer Summ multiplicire deß Cylinders Höhe/ die Zahl/ ſo heraus kom̃t/ weiſet die Capacität.

## 8. Problema.

## Die Capacität eines Faſſes mit gleichen Böden zu finden.

Man meſſe eines Bodens Diametrum durch den Cylindrimetriſchen Maßſtab / dann meſſe man auch deß Bauchs Diametrum, bringe beyde in eine Summ/ ſo iſt der halbe Theil davon der æquirte Diameter, deſſen Circul Area, wo man ſie mit deß Faſſes Länge multipliciret/ gibt die Capacität deß Faſſes. Z. E. Deß Faſſes unterer und oberer Boden Diameter halte 8. groſſe und 3. kleine Theil / deß Bauchs ſeiner 10. groſſe / und 5. kleine/ und das Faß ſeye lang 26. groſſe und 4. kleine Theil.

Dia-

Diametri der Böden 8/3
Diameter deß Bauchs 10/5
½ 18/8
9/4

8
10
80
3 Add.
83

10
10
100
5 Add.
105
83 add.
188
½ 94 adæquirter Diam. deß Faſſes.

26
10
260
4 Add.
264

Aus dieſem adæquirten Diametro nun ſuchet man ſeines Circuls aream alſo / indeme man ſagt: Wie ſich verhält 14. gegen 11 / alſo verhält ſich deß Diameters Quadrat 8836. gegen die aream:

Quadratum Diametri.

14 — 11

8836
11
8836
8836
97196

6942 Area der Böden.
264 Länge deß Faſſes.

27768
41652
13884

1832|688 iſt alſo deß Faſſes Capacität 1832. Maß oder Vierteln / nachdeme der Maß-Stab auffgetragen worden.

Wann aber deß Faſſes Böden ungleich ſeyn / ſo æquiret man erſtlich die Böden unter einander / und dann auch die æquirte Böden mit deß Faſſes Bauch / man addiret nemlich die Diametros der Böden / und halbieret die Summa / dieſe addiret man ſo dann zu deß Bauchs Diameter, und halbieret die Summa wiederum / ſo iſt ſolches der æquirte Diameter deß Faſſes / aus dieſem ſuchet man ſo dann ſeines Circuls aream, und multipliciret ſie mit deß Faſſes Länge / ſo gibt das product deß Faſſes Capacität.

## Die Viſier-Ruthen auszufertigen / und damit die Wein-Fäſſer zu viſieren.

Ob man gleich bald alle Wein-Fäſſer mit dem Cylindrimetriſchen Maßſtab viſieren kan / ſo

ſo pfleget man doch / ſelbige deſto leichter und behender auszumeſſen / ſonder vorherige Ausrechnung der areæ von den Böden aus dem æquirten Diametro, da man allein die æquirte Tieffe in die Länge multipliciret / andere Ruthen zu verfertigen / die man insgemein Viſier-Ruthen nennet. Darinnen bemercket man einen gedoppelten Unterſcheid der Theile; einen / wordurch man die Breite der Fäſſer und den æquirten Diametrum der Baſen und deß Bauchs ſuchet: die andere / wordurch man der Fäſſer Länge miſſet. Die Theile der Länge ſeyn gleich / der Breite ihre aber ungleich.

Dieſe letztere erklären der Circul aream, die man ſonſten aus dem æquirten Diametro, und der aus dem Diametro erforſchten Circumferenz, ausfinden müßte.

Hierinnen nun verfahren verſchiedene Künſtler auff verſchiedene Art / in Ausfindung beyder Puncten oder Theile / die man auff die Ruthen träget / uns aber gefället nachfolgende Weiß:

1. Laſſe man ſich aus Holtz / Kupffer / Zinn / oder einer andern dergleichen Materie / das Cylindriſche Gefäſſe ABF, fig. 143. machen / ſo gantz genau eine gewiſſe Maß an dem Ort / vor den man die Viſier-Ruthen gedencket zu verfertigen / halte / Z. E. entweder 1. Maß / oder 1. Viertelein / oder (wo man die Ruthe zu groſſen Fäſſern accommodiren will) einen Eimer. So wird die Länge AF dieſes Gefäſſes

die Länge der Fässer/ die man messen will: und die Breite oder der Diameter AB die Tieffe oder der Fässer Diametrum anzeigen.

2. Nehme man eine viereckichte Ruthen/ 4. 5. oder 6. Schuh lang/ nach der Fässer Grösse/ die man auszumessen gedencket: Auff die eine Seite dieser Ruthen trage man den Diameter AB, auff die andere die Höhe oder Länge AF, so offt als man kan/ und diese Seite/ nemlichen die erste/ nenne man die Ruthen der Tieffe/ weilen derer Theilunge die Tieffe oder Diametros der Fässer vorstellen; die zweyte aber nenne man die Länge-Ruthen/ weilen derer Theilunge die Längen der Fässer von einem Boden biß zum andern vorstellen.

3. Die Längen-Seiten lasse man unzertheilt/ oder man theile alle und jede Theile/ wo es gefället/ in 10. oder 1000. gleiche Theile/ so wird die Ruthe auch in Visierung der kleinern Fäßlein einen grössern Nutzen haben.

Die Seiten der Tieffen aber muß man in andere kleinere/ und unter einander gantz ungleiche Theile theilen/ wie Anfangs gleich erinnert worden: welches zwar entweder nach Geometrischer oder Arithmetischer Art geschehen kan.

Geometrisch macht mans also: Man reisse auff einer Fläche eine Linie AB, darauff trage man von der Tieffe Seiten alle Puncten der Theile/ so wird AB in die Theile AD, DE, EF, FB, fig. 144. getheilet seyn: dann richte man

aus

aus A die Perpendicular-Linie AC auff/ daß sie einem vorbesagter Theile / oder der Tieffe deß Cylinder-Gefässes fig. 144/ nemlichen AB oder AD gleich komme. Nach dem setze den einen Circul-Fuß in C ein / und eröffne den andern biß in D, und trage diese Circul-Weite aus A in l, dann setze wieder einen Fuß in C, und eröffne den andern biß in l, und trage diese Circul-Oeffnung aus A in m. Drittens / setze einen Fuß in C, und den andern in m, und trage diese Oeffnung aus A in E: dann auff diesen Punct muß die Oeffnung Cm treffen/ sonsten hat man gefehlet. Nachmahls stelle man den einen Circul-Fuß in C, und den andern in E, und trage die Weite CE aus A in n, und wieder die Weite Cn aus A in o, die Weite Co, aus A in p, die Distanz Cp aus A in q, und muß wieder die Weite Cq mit der Weite AF, wo man nicht gefehlet hat/ übereintreffen.

Wann nun diese Eintheilung der Linie AB geschehen / so wird der erste grosse Punct AD von besagter Linie unzertheilet bleiben / der zweyte DE aber in 3 kleinere Puncten/der dritte EF in 5/ der vierdte FB in 7/ der fünffte in 9/ der sechste in 11 / der siebende in 13 / der achte in 15. zertheilet werden.

Es bedeutet aber die Weite AD eine Maß von denen / die man ins Gefässe ABF fig. 144. gegossen/ Al, 2, Am, 3, AE, 4, u. s. f. Die Ursach dieser Theilung gründet sich auff die 47. Propos. deß 1. Buchs Euclidis.

Man kan aber auch dieſe Tieffe-Seiten nach Arithmetiſcher Art austheilen/wann man den erſten Diameter AD in 1000. oder 100. gleiche Theilichen theilet / und aus nachfolgender Quadrat-Tafel die kleinen Puncten auf die Linie AB träget.

In welcher Tafel die erſte Reyhe die groſſen Puncten oder die gleichen Theile der Linie AB in ſich hält / die zweyte begreiffet in ſich die Ordnung und Zahl der Maſſen oder kleinen Puncten / die ſowohl mit denen groſſen Puncten/als auch mit denen kleinen Zwiſchen-Theilichen übereinkommen: die dritte faſſet in ſich die Weite aller und jeder Maſſen oder Puncten/ von dem Puncten A an gegen B fig. 145. der Linie AB der Seiten der Tieffe / die Weite ſage ich / in denen Theilichen / davon AD oder AC fig. 144. 1000. hält: die vierdte hat endlich in ſich eben dieſer Maſſen oder Puncten Weite vom Punct A an/ in ſolchen Theilichen/ davon AD 100. hat. Will man aber AD nur bloß in 10. Theile theilen/ ſo muß man eine andere Reyhe verfertigen / die nur bloß aus 2. Zahlen beſtehet / nemlichen aus den 2. letztern lincker Hand der dritten Reyhen/ doch ſoll man darbenebenſt immer auff die folgende Zahlen ſehen / die / wo ſie 50. überſteigen / muß man die letzte Zahl um 1. vermehren.

Durch Hülff beſagter Reyhen träget man die kleinen Puncten der Tieffe auff die Linie AB, ſo bereits in die 8. groſſe Puncten eingetheilet

theilet worden / auff nachfolgende Weiſe: die erſte Weite oder Maß AD theile man in 1000. oder 100. gleiche Theile / und müſſen die übrigen auch in eben ſo viel Theile getheilet zu ſeyn verſtanden werden. Dieſer Theilichen nehme man 1414. oder 141. mit einem Circul / d. i. man nehme aus vorbemeldten 1000. oder 100. Theilichen 414. oder 41 / und trage ſie aus D in l, ſo bekommt man den Punct vor die zweyte Maß / vor den dritten Punct trage aus A in m 1732. oder 173. Theilichen / d. i. aus D in m 732. oder 73. Vor den vierdten Punct trage man aus A in E 2000. oder 200. Theilichen / oder aus D in E 1000. oder 100. ſo wird dieſer kleine Punct auff den groſſen E, ſo zuvor ſchon bemercket worden / fallen / ſonſten hätte man gefehlet. Und ſo verfähret man auch mit den noch übrigen Maſſen oder Puncten.

## Tafel der Quadrat-Zahlen.

| Diamet. | Maß. | 1000. Theilichen. | 100. Theilichen. |
|---|---|---|---|
| | 1 | 1000 | 100 |
| | 2. | 1414 | 141 |
| | 3 | 1732 | 173 |
| 2 | 4 | 2000 | 200 |
| | 5 | 2236 | 224 |
| | 6 | 2450 | 245 |
| | 7 | 2658 | 266 |

| Diamet. | Maß. | 1000. Theilichen. | 100. Theilichen. |
|---|---|---|---|
| | 8 | 2828 | 283 |
| 3 | 9 | 3000 | 300 |
| | 10 | 3162 | 316 |
| | 11 | 3316 | 332 |
| | 12 | 3464 | 346 |
| | 13 | 3605 | 361 |
| | 14 | 3742 | 374 |
| | 15 | 3874 | 387 |
| 4 | 16 | 4000 | 400 |
| | 17 | 4123 | 412 |
| | 18 | 4242 | 424 |
| | 19 | 4361 | 436 |
| | 20 | 4472 | 447 |
| | 21 | 4583 | 458 |
| | 22 | 4690 | 469 |
| | 23 | 4796 | 480 |
| | 24 | 4897 | 490 |
| 5 | 25 | 5000 | 500 |
| | 26 | 5099 | 510 |
| | 27 | 5196 | 520 |
| | 28 | 5291 | 529 |

| Diamet. | Maß. | 1000. Theilichen. | 100. Theilichen. |
|---|---|---|---|
| | 29 | 5385 | 539 |
| | 30 | 5477 | 548 |
| | 31 | 5567 | 557 |
| | 32 | 5657 | 566 |
| | 33 | 5744 | 574 |
| | 34 | 5831 | 583 |
| | 35 | 5916 | 592 |
| 6 | 36 | 6000 | 600 |
| | 37 | 6083 | 608 |
| | 38 | 6164 | 616 |
| | 39 | 6245 | 624 |
| | 40 | 6325 | 632 |
| | 41 | 6403 | 640 |
| | 42 | 6481 | 648 |
| | 43 | 6557 | 656 |
| | 44 | 6633 | 663 |
| | 45 | 6708 | 671 |
| | 46 | 6782 | 678 |
| | 47 | 6856 | 686 |
| | 48 | 6928 | 693 |
| 7 | 49 | 7000 | 700 |

| Diamet. | Maß. | 1000. Theilichen. | 100. Theilichen. |
|---|---|---|---|
| | 50 | 7071 | 707 |
| | 51 | 7141 | 714 |
| | 52 | 7211 | 721 |
| | 53 | 7280 | 728 |
| | 54 | 7348 | 735 |
| | 55 | 7417 | 742 |
| | 56 | 7483 | 748 |
| | 57 | 7550 | 755 |
| | 58 | 7616 | 762 |
| | 59 | 7681 | 768 |
| | 60 | 7746 | 775 |
| | 61 | 7810 | 781 |
| | 62 | 7874 | 787 |
| | 63 | 7937 | 794 |
| 8 | 64 | 8000 | 800 |

Wolte man die bißher bemerckte Puncten der Linie AB auch die Zwischen-Puncten setzen / die nemlichen die halbe Massen bedeuteten / nemlichen $1\frac{1}{2}$ / $2\frac{1}{2}$ / $3\frac{1}{2}$ / &c. so kan solches durch Hülff nachgesetzter Tafel geschehen / so nur biß auff die Weite zwischen 14. und 15. gehet / die übrigen Puncten aber kan man nur

mit

mit einem Circul in 2. bald gleiche Theile eintheilen / wiewohlen der Theile gegen A jedesmahl ein wenig gröſſer seyn soll / dann der andere gegen B.

| Halbe Maß. | 1000. Theilichen | 100. Theilichen |
|---|---|---|
| 1 1/2 | 1224 | 122 |
| 2 1/2 | 1581 | 158 |
| 3 1/2 | 1870 | 187 |
| 4 1/2 | 2121 | 212 |
| 5 1/2 | 2345 | 234 |
| 6 1/2 | 2550 | 255 |
| 7 1/2 | 2738 | 274 |
| 8 1/2 | 2915 | 291 |
| 9 1/2 | 3082 | 308 |
| 10 1/2 | 3240 | 324 |
| 11 1/2 | 3391 | 339 |
| 12 1/2 | 3535 | 353 |
| 13 1/2 | 3674 | 367 |
| 14 1/2 | 3807 | 381 |

Scru-

| Scrupel. | 1000. Theilichen | 100. Theilichen |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 316 | 32 |
| 2 | 447 | 45 |
| 3 | 548 | 55 |
| 4 | 632 | 63 |
| 5 | 707 | 71 |
| 6 | 774 | 77 |
| 7 | 836 | 84 |
| 8 | 894 | 89 |
| 9 | 949 | 95 |
| 10 | 1000 | 100 |
| 11 | 1048 | 105 |
| 12 | 1095 | 109 |
| 13 | 1140 | 114 |
| 14 | 1183 | 118 |
| 15 | 1224 | 122 |
| 16 | 1265 | 126 |
| 17 | 1304 | 130 |
| 18 | 1342 | 134 |
| 19 | 1378 | 138 |

Wann man endlichen auch auff die Linie AB die Puncten der ersten Scrupel tragen wolte/ so/ daß ein jedes Spatium vorbesagte Linie/ so schon eingetheilet worden/ in noch andere 10. Theile getheilet werde/ so könte solches geschehen/ wann man ein jedes Spatium mit dem Circul in 10. andere Theile theilete/ doch so/ daß die vordern gegen A jedesmahl grösser fielen/ dann die letztern gegen B. Jedoch kan man solches besser und sicherer in denen 20. ersten Scrupeln durch Hülff hierbeygefügter Tafel verrichten.

Die Verfertigung vorhergehender Tafeln gründet sich auff die 47. I. Euclidis, und bestehet die Kunst hierinnen: Man setzet 64. Zahlen nach der Ordnung auff diese Weise: 1. 2. 3. 4. 5. ꝛc. biß auff 64/ und füget selbigen 2. 4. 6. oder 8. Nullen bey/ also: 1000000/2000000/ 3000000. ꝛc. Aus diesen also mit Nullen vermehrten Zahlen ziehet man die Quadrat-Wurtzel/ so bekommt man die Zahlen der ersten Tafel. Oder/ welches einerley ist/ die Quadrat-Zahl 1000000. von der ersten Maß so 1000. Theilichen/ nemlichen die Quadrat-Wurtzel der Zahl 1000000. begreiffet/ multiplicire man durch 2/ durch 3/ durch 4/ ꝛc. so werdens 2000000/ 3000000/ 4000000/ und ziehe aus jedem die Quadrat-Wurtzel/ so bekommt man auch die erste Tafel.

Die zweyte Tafel der halben Maß verfertiget man/ wann man die Zahl 1000000. durch

$1\frac{1}{2}$. oder durch 1. Maß und 5. Scrupel / durch $2\frac{1}{2}$/ oder 2. Maß und 5. Scrupel, &c. multiplicirt / daß ſo dann heraus kommen 1500000/ 2500000. ꝛc. und daraus die Quadrat-Wurtzel ziehet/ ſo erhält man die Zahlen der zweyten Tafel.

Die dritte Tafel entſtehet endlichen/ wann man 1000000. mit $\frac{1}{10}$/ $\frac{2}{10}$/ ꝛc. multiplicirt/ und aus denen producten 100000/ 200000 die Quadrat-Wurtzel extrahirt / die die Zahlen in der dritten Tafel ſelbſten ſeyn.

Wann nun die Linie AB auff beſagte Weiſe entweder Geometriſch oder Arithmetiſch abgetheilet worden / ſo träget man alle Puncten auff die Tieffe-Linie der Diametrorum oder Tieffen der Fäſſer.

## Der Gebrauch dieſer Viſier-Ruthen iſt nachfolgender:

Wann man die Haltung eines Faſſes in Maſſen (wann die Ruthe vor Maß verfertiget worden) oder Eymern (wo ſie vor Eymer auffgetragen worden/) erforſchen will/ ſo ſtöſſet man ſelbe durch den mittlern Spont biß auf den Boden perpendicular hinein / und bemercket die Tieffe auff der Tieffe-Seiten/ das Spatium nemlichen zwiſchen dem Boden und innerlichen Mund. Fürters meſſe man auch die 2. Faß-Böden nach ihren Diametris, und bezeichne ſie jedesmahl mit einer Kreiden. Wann man nun die kleine Tieffe mit der groſſen vergleichet/

gleichet/ so gibt das Mittel zwischen beyden die wahre und æquirte Tieffe / die nichts anders ist / dann das proportionirte Mittel zwischen dem kleinen und grossen Diametro. Z. E. Man habe durch Hineinstossung der Visier-Ruthen durch den mittlern Spont biß auff den Boden deß Fasses den Diametrum deß Bauchs bekommen von 40. Puncten/ der Böden ihre Diametros aber von 36. Puncten ausgemessen/ so gibt das medium Differentiæ dieser Zahlen die medietatem der rectificirten Tieffe / daß man zur kleinen Tieffe addiren / oder von der grossen subtrahiren kan / so wird die æquirte Tieffe 38. Puncten ausmachen. Z. E.

| | | |
|---|---|---|
| 40 | 40 | 36 |
| 36 Subtr. | 2 Subtr. | 2 add. |
| 4 Diff. | 38 | 38 æquirte Tieffe. |
| ½. 2 | | |

Diese bemercke man fleissig à part. Nach dem messe auch mit der Länge-Seiten deß Fasses Länge/ und sehe/ daß sie 6. Puncten der Länge halte / die mercke man auch. Nun multiplicire man 38. durch 6 / die Tieffe nemlichen durch die Länge/ so kommen heraus 228. vor die Haltung deß Fasses / die / wo man sie durch 4. multipliciret / die Viertelein heraus bringet/ dividiret man sie aber durch 64 / so bekommt man die Eymer / wo anderster der Eymer 64. Maß hält.

Nun

Nun iſt noch übrig/ daß wir auch mit wenigem die Verwandlung der Cörper abhandlen/ ſolches nun zu verrichten / ſoll man aus denen vorhergehenden Theorematibus nachfolgende mercken: 1. Daß ſich alle gleich auslauffende Cörper / nemlichen die Parallelopipeda, Priſmata, Cylinder, wo ihre Baſes dem Innhalt nach einander gleichen / ſich ſo dann gegen einander verhalten / wie ihre Höhen. Wann Z. E. das eine doppelt oder 3. mahl ſo hoch iſt als das andere/ ſo iſt es auch dieſem nach gedoppelt oder 3. mahl ſo groß/ als das eine. Seyn dann ihre Höhen einander gleich/ ſo verhalten ſie ſich gegen einander / wie ihre Baſes. Seyn aber ſo die Höhen/als auch die Baſes einander gleich/ ſo müſſen nothwendig die Priſmata, Cylinder, Parallelopipeda, &c. auch einander gleich ſeyn. Ein ſolches verſtehet ſich auch von denen Conis und Pyramidibus, wann nemlichen 2. Pyramiden oder Kegel gleiche Baſen haben / ſo ſeyn ſie gegen einander/ wie ihre Höhen/ haben ſie aber gleiche Höhen / ſo verhalten ſie ſich gegen einander/ wie ihre Baſen / ſeyn ſie dann an beyden Stücken gleich/ ſo gleichen auch die Pyramiden und Coni einander. Und hieraus folget ſo dann ferner/ wann 2. Parallelopipeda, Priſmata, Cylinder, ingleichem 2. Pyramiden und Kegel einander gleich ſeyn / ſo reciprociren ihre Baſen und Höhen / dann um ſo viel deß einen Baſis gröſſer iſt/ als deß andern / um ſo viel iſt im Gegentheil deß andern ſeine Höhe gröſſer/

als

als deß einen. Nicht weniger iſt auch im vorhergehenden bereits gedacht worden / daß die Pyramiden der dritte Theil auß denen Priſmaten / und die Kegel der dritte Theil auß denen Cylindern ſeyn / die mit ihnen einerley Baſen und Höhe haben.

Wer dieſes Wenige wohl eingenommen / dem wird nicht ſchwehr fallen / allerhand Cörper-Verwandlungen anzuſtellen. Da dann das

1. Problema ſeye /

## Wie ein Cylinder in ein Parallelopipedum zu verwandeln.

Mache an ſtatt der Baſis deß Cylinders CBF fig. 146. ein gleich groſſes Viereck ABCD, nach deme / was oben bey Verwandlung der Flächen gemeldet worden / richte ſo dann auf allen vier Ecken ABCD Perpendicularen auf / in der Höhe AB, ſo deß Cylinders Höhe iſt / als EFGH. Ziehe EF, EH, FG und GH mit geraden Linien zuſammen / ſo wird das Parallelepipedum fertig ſeyn.

2. Problema.

## Den Conum in eine Pyramiden gleicher Capacität zu verwandeln.

Mache fürs erſte einen Triangul / Viereck / Fünffeck / ꝛc. ſo groß als deß Coni Baſin, ABCD, und richte ſo dann auß der Mitten F eine Perpendicular auf / und ſetze die Höhe deß Coni BA darauf / wie FE, ziehe hernach ABCD in E, ſo wird die Pyramide fertig ſeyn.

### 3. Problema.

## Auß einem Parallelepipedo einen Cylinder zu machen.

Man mache einen gleich grossen Circul der Basis der Parallelepipedi, und führe ihn so hoch hinauf/ biß er dem Parallelepipedo gleich wird/ so kommet der Cylinder herauß.

### 4. Problema.

## Eine Pyramide in einen Conum zu verwandeln.

Man mache einen Circul/ so der Pyramiden Basen gleichet/ richte auß der Mitten eine Perpendicular in die Höhe/ so hoch als die Pyramide, wie BA, und ziehe die Ende deß Diametri CD in den obersten Punct der Perpendicular A, so wird der Conus begehrter massen gemacht seyn. Bes. die 146. fig.

### 5. Problema.

## Ein Prisma oder Cylinder in einen Conum oder Pyramiden von gleicher Höhe zu verwandeln.

Mache deß Cylinders Basin dreymal so groß/ als sie ist/ nach deme/ was oben in der Planimetrie gewiesen worden. Ziehe hernach auß der Mitten eine Perpendicular, so hoch als der Cylinder, und die Ende deß Diameters reisse oben an die Perpendicular, alsdann wird die Pyramide fertig seyn.

Auf solche Art verwandelt man ingleichem einen Cylinder oder Prisma in einen Conum.

So man aber ein Priſma oder Cylinder an ſtatt der Pyramiden oder deß Coni haben will/ muß man die Pyramiden 3. mal kleiner machen/ und auf dieſelbe hernach den Cylinder oder Priſma ſetzen / in der Höhe / wie der Conus geweſen/ oder auch die Pyramide.

## 6. Problema.

## Dem Parallelepipedo einen gleich groſſen Cubum zu machen.

Wann das Parallelepipedum ein Viereck zur Baſen hat / ſo ſuchet man die mediam proportionalem zwiſchen der Höhe deß Parallelepipedi und der einen Seiten der Baſen / welche proportionirte Linie die rechte Weite ſeyn wird / den Cubum zu machen. Wo aber die Baſis ein ablang Viereck iſt / machet man erſtlich ein gleichſeitiges darauß/hernach aber verfähret man mit dem übrigen/ wie allererſt gemeldet worden.

## 7. Problema.

## Dem gegebenen Cylinder einen gleich groſſen Cubum zu machen.

Man verwandle den Cylinder in ein gleich groſſes Parallelepipedum, nach der 1. Aufgab. Hernacher mache auß dieſem Parallelepipedo, durch die vorhergehende Aufgab einen Cubum, ſo der verlangte ſeyn wird.

## 8. Problema.

## Dem gegebenen Cono einen gleichen Cubum zu machen.

Man mache auß dem Cono ein gleich groſſes Parallelepipedum nach der 5. Aufgab / und auß dieſem ſo dann einen gleich groſſen Cubum nach der 6. Aufgab.

9. Pro-

## 9. Problema.

## Der Pyramide einen gleich groſſen Cubum zu machen.

Dieſe Aufgab iſt wie die vorhergehende.

## 10. Problema.

## Einem Globo oder Kugel einen gleichen Conum zu machen.

Nehme den gröſten Circul deß Globi, und mache ihn zimmahl gröſſer/ richte ſo dann auf die Baſin einen Conum, ſo hoch als der halbe Diameter vom Globo lang iſt/ AB, ſo wird der Conus CDE dem Globo ABD gleich. Beſ. 149. 6g.

R. Dieſes Problema gründet ſich auf deß Archimedis 12. Propoſition de Sphæra & Cylindro, er beweiſet/ daß die Sphæra quadrupla Coni ſeye/ deſſen Baſis der gröſte Circul der Sphæren/ die Höhe aber der Sphæren Semidiameter ſeye.

## 11. Problema.

## Einen Cubum zu machen ſo groß/ als ein gegebener Globus iſt.

Mache auß dem Globo einen gleich groſſen Conum, nach der vorhergehenden Aufgab/ dieſem Cono mache hernach ein gleich groſſes Parallelepipedum, nach der 5. Aufgab/ endlich verändere dieſes Parallelepipedum in einen gleich groſſen Cubum, nach der 6. Aufgab/ ſ. i. g.

Und ſo viel habe von denen Cörpern zu melden/ vor nöthig angeſehen; wer dieſes nun wohl eingenommen/ der wird ſich in alle Vorfallenheiten richten/ und alle nur erdenckliche Caſus ſolviren können.

So man aber ein Priſma oder Cylinder an ſtatt der Pyramiden oder deß Coni haben will/ muß man die Pyramiden 3. mal kleiner machen/ und auf dieſelbe hernach den Cylinder oder Priſma ſetzen/ in der Höhe/ wie der Conus geweſen/ oder auch die Pyramide.

## 6. Problema.

## Dem Parallelepipedo einen gleich groſſen Cubum zu machen.

Wann das Parallelepipedum ein Viereck zur Baſen hat/ ſo ſuchet man die mediam proportionalem zwiſchen der Höhe deß Parallelepipedi und der einen Seiten der Baſen/ welche proportionirte Linie die rechte Weite ſeyn wird/ den Cubum zu machen. Wo aber die Baſis ein ablang Viereck iſt/ machet man erſtlich ein gleichſeitiges darauß/ hernach aber verfähret man mit dem übrigen/ wie allererſt gemeldet worden.

## 7. Problema.

## Dem gegebenen Cylinder einen gleich groſſen Cubum zu machen.

Man verwandle den Cylinder in ein gleich groſſes Parallelepipedum, nach der 1. Aufgab. Hernacher mache auß dieſem Parallelepipedo, durch die vorhergehende Aufgab einen Cubum, ſo der verlangte ſeyn wird.

## 8. Problema.

## Dem gegebenen Cono einen gleichen Cubum zu machen.

Man mache auß dem Cono ein gleich groſſes Parallelepipedum nach der 5. Aufgab/ und auß dieſem ſo dann einen gleich groſſen Cubum nach der 6. Aufgab.

9. Pro-

den Semidiametrum BC Winckel-recht fället/ der Sinus rectus deß Bogens BD, oder deß Winckels BCD genannt wird/ gleichwie DI Sinus rectus Complementi DH oder deß Winckels DCH heisset. Unter allen diesen Sinubus rectis nun ist der gröste HC, so von dem einen Ende deß Quadranten HB herunter fället/ (und der Sache selbsten nach eben der Semidiameter deß Circuls ist) und heisset Sinus totus, ingleichem Radius. BE heisset endlichen deß Bogens BD, oder deß Winckels BCD Tangens, CE aber dessen Secans, und dieses nach Meynung aller Künstler/ und zwar nicht sonder grossen Nutzen/ da dann auch angenommen worden/ daß der Sinus totus oder Radius eines jeden Circuls in 1000/ 10000/ 100000/ 1000000/ 10 000 000/ ꝛc. Theilichen getheilet zu seyn verstanden werde/ dieser Zahl nach hat man auch eines jeden Winckels Sinui, Tangenti und Secanti gewisse Theilichen beygeeignet/ wie aus denen Tabellen Sin. Tang. & Secant. genugsam kan ersehen werden.

## Theoremata.

1. In einem jeden recht-wincklichten Triangul ABC fig. 147. ist/ wo man C vor das Centrum, und die Basin AC vor den Radium oder Sinum totum nimmt/ die Perpendicular-Linie AB der Tangens, CB aber der Secans deß Bogens AD, oder deß Winckels ACB, gleicher Weise/ wann man B vor das Centrum nimmt/

und

und BA vor den Radium, ſo iſt die Baſis AC der Tangens, BC aber der Secans deß aus B beſchriebenen Bogen AE, oder deß Winckels ABC.

2. Wann man aber in eben einem rechtwincklichten Triangul fig. 148. C wiederum vor das Centrum, die Hypotenuſam CB aber vor den Radium nimmt/ ſo wird die Perpendicular-Linie AB der Sinus rectus deß Bogens BD, ſo aus C geriſſen worden/ oder deß Winckels ACB, auff gleiche Weiſe/ wo man B vor das Centrum nimmt/ und die Hypotenuſam vor den Radium, ſo iſt die Baſis AC Sinus rectus deß aus B gezogenen Bogens CE, oder deß andern Winckels ABC.

3. In allen ſchif-wincklichten Trianguln/ ABC, Z. E. fig. 149. verhalten ſich die Seiten AB, BC, CA gegen einander/ wie die Chorden der untergezogenen gleich-benannten Bogen/ oder der Centro-Winckel. Verhalten ſich demnach ſelbige auch gegen einander/ wie der Chorden halbe Theile/ d. i. wie die Sinus recti der Winckel bey der Circumferenz, ſo gegen dieſelben nur halb ſo groß ſeyn/. nemlich A, B, C, ſo ſelben gegen über ſtehen.

Und hierauff gründet ſich die gantze Trigonometrie. Ehe und bevor wir aber ad praxin ſchreiten/ wollen wir berühren/ wie man die Tabb. Sin. Tang. & Secant. berechnen/ und ſich derer in praxi geſchicklich bedienen ſolle.

Was nun anfänglichen zu derer Ausfertigung gehöret / will ich kürtzlichen durchgehen / und darinnen mich der Euclidischen Elementen und der Arithmetic bedienen. Und muß man hierzu vor allem einen Radium von gewissen Theilichen (wie oben schon mit wenigem berühret) erwählen; Ich will ihn von 10 000 000 nehmen / wiewohlen ihn andere Authores anderst genommen. Er mag nun so viel Theile haben / als er will / so seyn bald alle Sinus, Tangentes und Secantes gegen ihme irrationales, d. i. die man durch keine Zahl der gantzen Theile oder auch der Brüche genau benennen kan / weilen man die meisten Sinus durch die Extraction der Quadrat-Wurtzel aus einer nicht vollkommenen Quadrat-Zahl finden muß / woran dann Brüche hangen / die / wo man sie an die Wurtzel anhänget / entweder solche zu groß oder zu klein machet. Kan man also keine genaue Sinus Tangenten- und Secanten-Tabellen haben oder bekommen. Doch können sie so seyn / oder müssen so verfertiget werden / daß in selben keine Zahl von der wahren Zahl durch einen gantzen Theil derer / so der Radius hat / abstehe. Und ist keine Zahl der nach meiner Manier bereiteten Tabellen von der wahren Zahl um ein einziges Theilichen von dem 10 000 000. kleiner / weilen in Ausfertigung derer ein weit gröſſerer Radius dann 10 000 000. gebraucht worden / welches man thun müssen / damit man von denen ausgefundenen Sinubus

die

die Zahl rechter Hand / worinnen der Fehler seyn können / hinweg werffen könte.

Es verfahren zwar verschiedene Authores in Ausfindung der Grad- und Minuten-Sinuum auff verschiedene Art. Ich aber suche anfänglichen etliche Sinus primarios, und dann aus diesen auch alle secundarios. Und beruhet die Praxis in folgendem:

## 1. Die Sinus primarios auszurechnen.

Ich zähle 4. Sinus primarios neben dem Radio oder Sinu toto, nemlichen die Sinus von 30/ 18/ 36. und 45. Graden.

1. Ist also die Seite eines in einen Circul eingetragenen Sechsecks gleich dem Semidiametro eben desselbigen Circuls nach der 15. Pr. deß IV. Buchs Euclid.

Weilen nun der Semidiameter oder Sinus totus DC, oder DA, oder DB allhier von 10 000 000. Theilichen genommen worden / so wird die Chorda AG von 60. Graden auch so viel Theilichen haben / als welche eine Seite eines Sechsecks ist / und wird demnach derer halbe Theil AL oder GL, so der Sinus deß Bogens AH von 30. Graden ist / 5000 000. Theilichen haben. Beſ. fig. 150.

2. Weilen die gerade Linie BIC die Chorda deß Quadranten BKH ist / so wird derer halber Theil BI der Sinus deß Bogens BK von 45. Gr. seyn. Man kan aber nach der 47. Pr. d. ß I. B.

Was nun anfänglichen zu derer Ausfertigung gehöret / will ich kürtzlichen durchgehen / und darinnen mich der Euclidischen Elementen und der Arithmetic bedienen. Und muß man hierzu vor allem einen Radium von gewissen Theilichen (wie oben schon mit wenigem berühret) erwählen; Ich will ihn von 10 000 000 nehmen / wiewohlen ihn andere Authores anderst genommen. Er mag nun so viel Theile haben / als er will / so seyn bald alle Sinus, Tangentes und Secantes gegen ihme irrationales, d. i. die man durch keine Zahl der gantzen Theile oder auch der Brüche genau benennen kan / weilen man die meisten Sinus durch die Extraction der Quadrat-Wurtzel aus einer nicht vollkommenen Quadrat-Zahl finden muß / woran dann Brüche hangen / die / wo man sie an die Wurtzel anhänget / entweder solche zu groß oder zu klein machet. Kan man also keine genaue Sinus Tangenten- und Secanten-Tabellen haben oder bekommen. Doch können sie so seyn / oder müssen so verfertiget werden / daß in selben keine Zahl von der wahren Zahl durch einen gantzen Theil derer / so der Radius hat / abstehe. Und ist keine Zahl der nach meiner Manier bereiteten Tabellen von der wahren Zahl um ein einziges Theilichen von dem 10 000 000. kleiner / weilen in Ausfertigung derer ein weit gröſſerer Radius dann 10 000 000. gebraucht worden / welches man thun müssen / damit man von denen ausgefundenen Sinubus

die

ꝛooooooooooooo ⟩ 14142135 Radix

| | |
|---|---|
| ꝛ | ꝛ(ı |
| ꝛøø | ꝛꝛıꝛꝛıꝛ ı ⟩ 7071067 oder |
| 24 | ꝛꝛꝛꝛꝛꝛ ꝛ 7071068 Sin. |
| 4 | von 45. Gr. |
| øø | |
| ꝛøø | |
| ꝛ8ı | |
| ııøøø | |
| 282ꝛ | |
| ꝛ | |
| ııꝛøø | |
| øøꝛøø | |
| 28282 | |
| 2 | |
| ꝛøøøꝛ | |
| ꝛ8ꝛøøø | |
| ꝛ8ꝛ8ꝛı | |
| ıøøꝛ5øøø | |
| 2828423 | |
| 3 | |
| 8ꝛ85ꝛøø | |
| ıøøøøꝛıøø | |
| 28284265 | |
| 5 | |
| ꝛꝛıꝛꝛıꝛꝛ5 | |
| 17641775 | |

## 9. Problema.

## Der Pyramide einen gleich grossen Cubum zu machen.

Dieſe Aufgab iſt wie die vorhergehende.

## 10. Problema.

## Einem Globo oder Kugel einen gleichen Conum zu machen.

Nehme den gröſten Circul deß Globi, und mache ihn viermahl gröſſer/ richte ſo dann auf die Baſin einen Conum, der ſo hoch als der halbe Diameter vom Globo lang iſt/ wie AB, ſo wird der Conus CDE dem Globo ABD gleich ſeyn. Beſ. 149. fig.

R. Dieſes Problema gründet ſich auf deß Archimedis 22. Propoſition de Sphæra & Cylindro, da er beweiſet/ daß die Sphæra quadrupla Coni ſeye/ deſſen Baſis der gröſte Circul der Sphæren/ die Höhe aber der Sphæren Semidiameter ſeye.

## 11. Problema.

## Einen Cubum zu machen ſo groß/ als ein gegebener Globus iſt.

Mache auß dem Globo einen gleich groſſen Conum, nach der vorhergehenden Aufgab/ dieſem Cono mache hernach ein gleich groſſes Parallelepipedum, nach der 5. Aufgab/ endlich verändere dieſes Parallelepipedum in einen gleich groſſen Cubum, nach der 6. Aufgab/ ſ. i. g.

Und ſo viel habe von denen Cörpern zu melden/ vor nöthig angeſehen; wer dieſes nun wohl eingenommen/ der wird ſich in alle Vorfallenheiten richten/ und alle nur erdenckliche Caſus ſolviren können.

# Die Trigonometrie,
## Oder
# Triangul-Ausrechnung.

DJe Trigonometrie iſt eine Kunſt/ die auf der Fläche gerjſſene oder eingebildete Triangul zu reſolviren/ d. i. (weilen ein jeder Triangul aus 3. Winckeln und ſo vielen Seiten beſtehet/) aus 2. gegebenen Seiten und einem Winckel/ oder aus zweyen Winckeln und einer Seiten/ oder auch aus 3. Seiten/ ohne einzigen Winckel/ die 3. übrige annoch verborgene Stück/ durch Hülff der Sinus, Tangenten und Secanten-Tabellen genau zu berechnen/ ſolche Triangul mögen hernach recht- oder ſchif-wincklicht ſeyn.

## Theorie.

In einem jeden Circul heiſſet eine jede gerade Linie/ Z. E. DG fig. 146. ſo einem jeden Bogen DBG unterzogen wird/ deß gemeldten Bogen Chorda oder Seene/ gleichwie BF, (der abgeſchnittene Theil deß Semidiametri BC, ſo mitten durch die Chordam lauffet/) Sagitta oder Sinus verſus, der Bolzen/ DF aber/ ſo von dem einen Ende deß gegebenen Bogens BD auf

Semidiametrum BC Winckel-recht fället/ Sinus rectus deß Bogens BD, oder deß inckels BCD genannt wird/ gleichwie DI Si- rectus Complementi DH oder deß Win- s DCH heisset. Unter allen diesen Sinubus tis nun ist der gröste HC, so von dem einen de deß Quadranten HB herunter fället/ (und Sache selbsten nach eben der Semidiameter Circuls ist) und heisset Sinus totus, inglei- m Radius. BE heisset endlichen deß Bogens , oder deß Winckels BCD Tangens, CE aber sen Secans, und dieses nach Meynung aller nstler/ und zwar nicht sonder grossen Nu- l/ da dann auch angenommen worden/ daß Sinus totus oder Radius eines jeden Cir- s in 1000/ 10000/ 100000/ 1000000/ 000 000/ &c. Theilichen getheilet zu seyn standen werde/ dieser Zahl nach hat man h eines jeden Winckels Sinui, Tangenti und anti gewisse Theilichen beygeeignet/ wie denen Tabellen Sin. Tang. & Secant. ge- sam kan ersehen werden.

## Theoremata.

1. In einem jeden recht-wincklichten Trei- ul ABC fig. 147. ist/ wo man C vor das trum, und die Basin AC vor den Radium Sinum totum nimmt/ die Perpendicular- AB der Tangens, CB aber der Secans deß ens AD, oder deß Winckels ACB, gleicher se/ wann man B vor das Centrum nimmt/ und

und BA vor den Radium, ſo iſt die Baſis AC der Tangens, BC aber der Secans deß aus B beſchriebenen Bogen AE, oder deß Winckels ABC.

2. Wann man aber in eben einem rechtwincklichten Triangul fig. 148. C wiederum vor das Centrum, die Hypotenuſam CB aber vor den Radium nimmt / ſo wird die Perpendicular-Linie AB der Sinus rectus deß Bogens BD, ſo aus C geriſſen worden / oder deß Winckels ACB, auff gleiche Weiſe / wo man B vor das Centrum nimmt / und die Hypotenuſam vor den Radium, ſo iſt die Baſis AC Sinus rectus deß aus B gezogenen Bogens CE, oder deß andern Winckels ABC.

3. In allen ſchif-winckligten Trianguln / ABC, Z. E. fig. 149. verhalten ſich die Seiten AB, BC, CA gegen einander / wie die Chorden der untergezogenen gleich-benannten Bogen / oder der Centro-Winckel. Verhalten ſich demnach ſelbige auch gegen einander / wie der Chorden halbe Theile / d. i. wie die Sinus recti der Winckel bey der Circumferenz, ſo gegen dieſelben nur halb ſo groß ſeyn / nemlich A, B, C, ſo ſelben gegen über ſtehen.

Und hierauff gründet ſich die gantze Trigonometrie. Ehe und bevor wir aber ad praxin ſchreiten / wollen wir berühren / wie man die Tabb. Sin, Tang. & Secant. berechnen / und ſich derer in praxi geſchicklich bedienen ſolle.

gens BE von 22. Graden und 30. Minuten/ welches der halbe Theil deß Bogens BD von 45. Graden iſt. Da verfahre man alſo: Der Bogen CD iſt gleich dem Bogen BD, iſt demnach auch der Sinus HD, d. i. AF gleich dem Sinui DF: Wann man demnach den Sinum AF 7071068. von AB, dem Sinu toto ſubtrahiret/ ſo bleibet übrig BF der Sinus verſus deß Bogens BD, nemlichen 2928932/ deſſen Quadrat mit dem Quadrat DF machet 58578645 321248/ deſſen Quadrat-Wurtzel 7653668. iſt die Chorda deß Bogens BD, und der halbe Theil davon BG, nemlichen 3826834. iſt der Sinus deß Bogens BE von 22. Graden und 30. Minuten.

Auff gleiche Weiſe findet man auch die Sinus von 15. und 9. Graden/ als dem halben Theil von 30. und 18. Gr.

Ehe wir weiter gehen/ wollen wir nachfolgendes Lemma aus deß Euclidis Elementen hier anführen/ weilen ſelbiges nöthig iſt/ die übrigen Sinus auszufinden.

3. Lemma. Wann man in einem Circul ein Viereck reiſſet/ ſo wird das rectangulum der Diametrorum gleich ſeyn denen rectangulis, ſo von denen entgegen geſetzten Seiten beſchrieben worden.

Das Viereck ABCD ſeye in den Circul ADCB mit ſeinen zweyen Diametris AC, BD geriſſen. So ſage ich/ das rectangulum, ſo inner denen Diametris AC, BD begriffen werde/

de/ ſeye gleich denen 2. rectangulis, derer eines inner denen entgegen geſetzten Seiten AB, DC, und das andere inner denen entgegen geſetzten Seiten AD, BC enthalten iſt. Und dieſes iſt deß Lemmatis Verſtand/ deſſen Demonſtration man bey Euclide nachſchlagen kan/ bey. inzwiſchen beygefügte 154. figur.

## 3. Den Sinum eines Bogens/ ſo 2. andern Bögen gleichet/ die kleiner ſeyn/ dann ein Quadrant, und derer Sinus man auch bereits weißt/ zu finden.

Der gantze Circul ABCD fig. 155. werde in 180. gleiche Theilichen getheilt zu ſeyn verſtanden/ ſo/ daß alle Subtenſen an ſtatt der Sinuum ſeyen/ ſo wird geſchehen/ daß/ was man von denen Chordis demonſtrirt hat/ man auch von denen Sinubus, als der Chorden halben Theil/ verſtehen könne. Seye demnach der Bogen BCD denen 2. Bögen BC, CD gleich/ davon BC 30/ CD 18. Grad halte/ ſo/ daß der gantze Bogen 48. Grad habe/ deſſen Sinum BD man finden ſolle. Da verfahre man alſo: Die Sinus der Bögen BC, CD, ſo die Linien BC, CD ſeyn/ ſeyn bekannt durch §. 1. dieſes Tractats, werden alſo auch die Sinus der Complementen BA, DA bekannt ſeyn nach der andern Aufgab/ jener nemlichen von 60. Gr. und dieſer von 72. Gr. Und hat der Sinus BC 5000000. Theilichen/ BA 8660254/ CD 3090170/ DA 9510565/

wie

wie allbereit im vorhergehenden gewiesen worden. Dahero / weilen die figur ABCD ein Viereck in dem Circul ist / so durch seine Diametros getheilet wird / und die rectangula, so von BC, DA, und von DC, BA begriffen worden / dem unter den Diametris CA, BD begriffenen rectangulo gleichen / nach dem vorhergehenden Lemmate: Wann man nun CB 5000000. mit DA 9510565 / und CD 3090170. mit BA 8660254 multiplicirt / und beyder product 47552825000000. und 26761657103180. zusamen addiret / so erhält man das inner denen Diametris AC, BD begriffene rectangulum, nemlichen 74314482103180 / dividiret man aber diese durch CA, d. i. durch 10000000 / so bekommt man den Quotienten 7431448. als Sinum BD, deß Bogens BCD von 48. Gr.

Auff diese Weise nun suchet man auch andere dergleichen Sinus.

## 5. Den Sinum der Differenz von zweyen Bögen / so kleiner dann ein Quadrant, und derer Sinus bekannt seyn / auszufinden.

Deß grössern Bogens BCD von 45. Graden Sinus seye die Linie BD, deß kleinern Bogens BC von 18. Graden seiner seye die Linie BC: und der Sinus der Differenz DC von 27. Graden seye die Linie DC, die man suchen soll / da verfahre man also: ABCD ist ein Viereck / so deß vorhergehenden Lemmatis Eigenschafft habe /

habe / und hat der Sinus deß Bogens BCD, nemlichen die gerade Linie BD 7071068. Theilichen / und ſo viel hat auch DA, ſo dem erſten gleichet / und von 45. Graden iſt. Der Sinus totus AB hat 10000000. der Sinus deß Bogens CB hat 3090170. AC hat 9510565. Wann man nun den Sinum CB mit DA multipliciret / ſo bekommt man vors product 218508022015 60 / multiplicirt man aber den Sinum AC mit BD, ſo bekommt man 672498518334 20. ſubtrahiret man nun 218508022015 60. von 672 498518334 20 / ſo bleibet vor den Reſt 453 990496318 60 / dividiret man dann ſolchen Reſt durch BA, d. i. durch den Radium oder Sinum totum, ſo erhält man CD von 4539905. Theilichen / ſo der Sinus von 27. Gr. iſt. Und ſo verfähret man auch mit andern. Beſ. die 156. fig.

## 6. Aller Grad und Minuten deß Quadranten Sinus zu rechnen / und die Sinus-Tafel auszufertigen.

Vermittelſt der 4. vorhergehenden Auffgaben kan man die gantze Sinus-Tafel nach allen Graden und Minuten gantz leicht ausrechnen: dann / wann man die Haupt-Sinus deß 18 / 30 / 36. und 45. Grads hat / ſo findet man auch derer halben Theil / nemlich 9 / 15 / 18. und derer Complementen 81 / 75 / 72 / die Differenz zwiſchen 15. und 18. iſt 3 / kan man demnach auch den Sinum von 3. Gr. haben / die Summa

von 45. und 3. iſt 48: der halbe Theil von 48. iſt 24/ deſſen halber Theil 12/ deſſen 6/ deſſen 3/ und deſſen 1. Gr. 30. Minuten / deſſen halber Theil iſt 45. Min. Wann man nun den Sinum von 45. Minuten hat / welcher iſt 130896/ und ſagt: 45. Min. geben 130896/ was gibt 1. Minute? So findet man vor ſolchen Sin. 2909. Wann man dieſen ausgefunden/ ſo kan man auch die Sinus der andern Minuten durch die Regul de Tri gantz leicht ausfinden.

## 7. Die Tafel der Tangenten und Secanten auszurechnen.

Die Tangenten-Tafel kan man leicht haben. Es ſeye fig. 157. der Quadrant ABC, der gegebene Bogen CD, das Complement DB, der Tangent deß gegebenen Bogens ſey CG. Dieſen nun findet man/ wann man ſagt: Wie der Sinus Complementi FD, d. i. AE, ſo ſelbem gleichet/ ſich verhält gegen den Sinum deß gegebenen Bogens ED, alſo verhält ſich auch der Sin. tot. AC gegen den Tangenten CG. Dann die Triangul ADE, AGC ſeyn gleichwinklicht/ nach der 2. Pr. deß VI. Buchs Euclidis, demnach es auch heiſſet: Wie ſich hält AE gegen ED; alſo hält ſich auch AC gegen CG. Eben ſo leicht findet man auch die Secanten. Dann es ſey AG fig. 157. der Secans deß Bogens CD, ſo erhält man ſelben/ wann man ſagt: Wie ſich hält AE der Sinus Complementi deß gegebenen

Bo-

Bogens gegen AD den gantzen Sinum, alſo hält ſich auch AC Sinus totus gegen den Secanten AG. Der Beweiß iſt einerley mit dem vorhergehenden.

Anderſter findet man eben dieſen Secanten/ wann man ſagt: Wie ſich hält ED der Sinus deß gegebenen Bogens gegen DA den gantzen Sinum, alſo hält ſich auch Tangens CG, von eben dieſem Bogen gegen den Secanten GA. Aus beſagtem erhellet/ daß die Sinus Tangenten- und Seqanten-Tabelle nicht völlig accurat ſeyn/ wie oben ſchon erwähnet worden/ und dieſes zwar theils wegen oben angezogener Urſach/ theils/ weilen man in der Rechnung die Bogen wie Linien nimmt.

Man könte hier auch noch von Ausfertigung der Logg. Tabellen handlen/ alleine würde ſolches allhier zu weitläuffig fallen/ beſonders da ich keinem rathen wolte/ dieſe mühſeelige Rechnung zu übernehmen/ weilen allbereit der allerhöchſte GOtt bereits ſolche Leute erwecket/ die ſolche verdrüßliche Arbeit vor uns gethan/ wie man dann ſolche Tabulas um ein geringes haben kan.

Nun iſt noch übrig zu berichten/ wie man ſich vorermeldte Tabb. Sin. Tang. und Secant. (dann ohne ſelbige hierinnen nichts kan præſtiret werden) beſſer maſſen bedienen ſolle/ und beſtehet derer Gebrauch vornemlich in 2. Stücken. 1. Daß man aus ſelben eines jeden Bogens oder Winckels Sinum, Tangentem und

Secan-

Secanten, auch derer gebührende Logarithmos (wo man Logarithmicè rechnen will) finden/ oder im Gegentheil eines jeden Sinus Tangentis und Secantis Bogen oder Winckel suchen solle. 2. Daß man durch Hülff der Tabellen Sinuum Tangentium und Secantium, als angenommener Seiten der Triangul/ aus den bekannt gegebenen Seiten oder Winckeln eines jeden Trianguls/ die übrigen annoch unbekannten Stücke erforsche.

Das erste Stück nennen wir den Gebrauch der Sinus-Tabellen/ den wir hier mit wenigem erklären wollen; das andere aber wird die folgende Praxis weisen.

NB. Wer Lust hat/ kan diß/ was von Verfertigung schon offt gemeldter Tabellen gehandelt worden/ verspahren/ biß er mit der Trigonometrie gantz wird fertig seyn/ alsdann er auch ein solches desto besser wird verstehen können. Wer Lust hat/ von den Logarithmis etwas zu wissen/ der lese deß grund-gelehrten Herrn Professoris Sturmii Matheſin enucleatam, da wird er den Grund qs. in Compendio finden.

## 1. Problema.

## Eines Bogen/ so kleiner dann ein Quadrant ist/ Sinum, Tangentem und Secantem zu suchen.

Wann der gegebene Bogen den halben Theil deß Quadranten oder 45. Gr. nicht überschreitet/

schreitet/ so suche man die Zahl der Grade zu oberst in der Tafel/ und zwar lincker Hand der ersten Colúmn, so findet man in den folgenden Reyhen/ unter ihren Tituln oben/ den Sinum Tangentem und Secantem; wie auch derer Logarithmos gleich darneben/ gegen über aber deß Complementi Sinum, Tangentem und Secantem, &c. Hat der gegebene Bogen auch Minuten bey sich/ so finden sich selbige/ wann man vom gefundenen Grad an recht herunter steiget/ biß man sie findet.

Gehet aber der gegebene Bogen über den 45. Gr. hinaus/ so suche man selben auff der rechten Seiten/ hat er aber auch Minuten bey sich/ so suchet man selbe eben auch auff ermeldter Seiten/ und steiget von unten hinauff/ wie man vorhero herunter gestiegen. Z. E. Man soll zum Bogen von 27. Gr. 23. Minuten/ den Sinum oder Tangentem suchen/ so suche oben 27. Gr. und steige herunter auff 23. Minuten/ so findet sich alldorten unter dem Titul Sin. oder Tang. &c. diß/ was man verlanget. Wolte man aber den Sinum von 56. Gr. 32. Minuten finden/ so suchet man solchen rechter Hand/ auf bereits gewiesene Weiß/ und gehet hinauff biß auff die 33. Minuten. Wolte man dann die Logarithmos haben/ so stehen solche ebner massen gleich darneben.

## 2. Problema.

## Eines gegebenen Bogen/ ſo gröſſer iſt dann ein Quadrant, oder 90. Grad/ Sinum, Tangentem und Secantem auszufinden.

Wann der Bogen gröſſer iſt dann 90. Gr. und kleiner dann ein halber Circul / oder 180. Grad/ ſo ſubtrahire man den gegebenen Bogen von 180. Gr. und operire mit dem Reſt / wie bißher gewieſen worden. Z. E. Der gegebene Bogen halte 123. Grad / 27. Minuten / ſo ſubtrahire ſelben von einem halben Circul oder 179. Gr. und 60. Min. ſo bleibet ein kleinerer Bogen / dann ein Quadrant über / nemlichen 56. Grad / 33. Minuten / darbey der Sinus, Tangens und Secans gleich zu finden.

Die Sinus verſos, Chordas und dergleichen auszufinden/ erachte ich vor unnöthig / weilen man dieſer Zeit ſelbige ſo viel mehr nicht gebrauchet/ wer will/ kan hiervon andere Authores, nemlichen Beeren/ Schotten/ ꝛc. beſehen.

## 3. Problema.

## Den proportionalen Theil vor die Minuta ſecunda auszufinden.

Die 2. erſten Problemata ſupponiren / daß die Bögen nur Grad und Minuta prima haben/ und daß man die gegebene Zahlen in der Tabellen finde. Weilen aber auch zum öfftern denen gradibus und erſten Minuten auch Minuta

nuta ſecunda anhangen / auch meiſt die gegebene Zahlen in der Tabellen nicht enthalten ſeyn / als wollen wir in folgendem lehren / was man bey ſolchen Fällen thun ſolle? Die denen gradibus und Minutis primis beygefügte Minuta ſecunda werden zwar meiſtentheils von denen Mathematicis in Rechnung der Triangul ausgelaſſen / beſonders wann das Problema allein vorgetragen wird / und durch die eintzige Regul de Tri kan ſolvirt werden / auch aus deſſen Solution keine andere Ausrechnung mehrerer Problematen hergeleitet wird / welches meiſtens in denen Geometriſch-Practiſchen Aufgaben zu geſchehen pfleget. In ſolchem Fall nun gebe man auff nachfolgende Regul acht: Wañ der Minutorum ſecundorum weniger dann 30. ſeyn / ſo nehme man in der Tabellen den Bogen der gegebenen Graden und Minuten / ſeyn ihrer aber mehr dann 30 / ſo nehme man den nachfolgenden Bogen. Z. E. Wann der gegebene Bogen hält 26. Gr. 8 / 16 / ſo nehme man in der Tabellen den Bogen von 26. Gr. 8. Minut. hielte es aber 26. Grad / 8 / 57 / ſo nehme man den folgenden / nemlichen von 26. Gr. 9 / und dieſes wird insgemein beobachtet / weilen man bey Meſſung eines und andern Trianguls auff der Erden / gröſſere Accurateſſe nicht vonnöthen hat.

Eben dieſes verſtehet ſich auch von denen Sinubus, Tangentibus und Secantibus, wann man ſie ſo gar genau in der Tabellen nicht findet / wie aus nachfolgenden Exempeln vor ſich ſelbſt erhellen ſoll.

Wolte man aber je die Minuta ſecunda nicht fahren laſſen / ſo erforſche man derer partem proportionalem alſo: Wann man vor einen gegebenen Bogen oder Winckel den Sinum, Tangentem oder Secantem ſuchet / ſo nehme man die Differenz zwiſchen dem Sinu deß nächſt kleinen und nächſt gröſſern Bogen / dann der gegebene Bogen iſt / (man ſubtrahire nemlichen den kleinern von dem gröſſern / welcher Differenz 1. Minutum primum oder 60. ſecunda differiren /) fürters bediene man ſich der Regul de Tri, und ſage: 60. ſecunda geben die gefundene Differenz, was vor eine geben dann die gegebene / ſo gibt der Quotient den proportionalen Theil. Dieſen addire man deßwegen zum Sinui deß nächſt kleinen Bogen / ſo bekomt man den Sinum deß vorgegebenen Bogens, Ein gleiches verſtehet ſich auch von denen Tangentibus und Secantibus. Z. E. Der vorgegebene Bogen halte 64. Gr. 5′ 37″. deme in der Tabellen am nächſten bekommt der 64. Gr. 6. Minuten.

Bogen

| | | | |
|---|---|---|---|
| Bogen so | gröſſer 64/ 6 | Sinus | 8995578 |
| | kleiner 64/ 5 | | 8994307 |
| | | | 1271 Differenz. |

Secunda geben Differenz — 37

60 0 1 2 7 1

3 7

8 8 9 7

3 8 1 3

4 7 0 2 7

Der nächſt kleinere Sin. 8994307

783 Add.

8995090 Sinus von 0 1 11 64/ 5/ 37.

Wäre aber eben dieſer Sinus 8995090. gegeben/ und man wolte deſſen Bogen oder Winckel genau ausfinden/ ſo machte mans alſo:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Der gegebene | Sinus | 8995090 | — — |
| Der nächſt gröſſere | | 8995578 | 0 1 von 64/ 6 |
| Der nächſt kleinere | | 8994307 | 64/ 5 |
| | | | 1271 Differenz. |

Der gefundene } Sinus { 8995090
Der nächst kleinere } { 8994307 Subtr.

783 Differ. zwischen dem gegebenen und nächst kleinern Sin.

1271 — 60″ — 783
60

46980

(1 ⅞ (2 (2 ⅝ ⅝ ⅜ ⅞ ⅝ ⅝ 5 (4 ⅝ ⅝ ⅝ ⅝ ⅝ ⅞ ⅞ ⅞ ⅞ ⅞ ⅜ ⅝ ⅞ ⅞ ⅞ ⅞ ⅞

# Die Practiſche Trigonometrie.

## I. Die Reſolvirung der recht-winckligten Triangul.

### I. Problema.

**Aus denen bekannt gegebenen Schenckeln AB, und AC fig. 158. die angulos acutos auszufinden.**

Da heiſſet es: Wie ſich verhält AC gegen AB, alſo verhält ſich auch Sinus totus oder Radius gegen dem Tangenten deß Winckels C. Wann man dieſen Winckel ausgefunden / ſo ſtehet der andere bey B, als deß vordern Complement zu 90. Graden / in der Sinus-Tabellen gleich gegen über.

Oder es heiſſet: Wie ſich hält AB gegen AC, alſo verhält ſich Sinus totus gegen dem Tangenten deß Winckels B. &c. Z. E.

Es ſey gegeben der Triangul ABC fig. 158. daran halte die Baſis AC 100(0 Cathetus AB 70(0/ daraus nun ſolle man die angulos acutos bey C und B finden / ſo ſagt man nach der erſten Regul.

| Seite AC | Seiten AB | Sinus totus |
|---|---|---|
| 100(0 | — 70(0 | — 10 000 000 |
| | 1 00000 00 | |

7ø øøøøø | 00 > 7000000 Tangens deß Winckels C von 35. Gr.
xx xxxxx | 00

## Durch die Logarithmos.

Log. AC 100(0 Log. AB 70(0 Log. S. T.

1.8 4 5 0 9 8 0

1 0.0 0 0 0 0 0 0 adde.

---

1 1.8 4 5 0 9 8 0

1 0.0 0 0 0 0 0 0 Subtr.

---

9.8 4 5 0 9 8 0 Log. Tang. deß Winckels C von 35. Gr.

Hat man dieſen Winckel bey C, ſo hat man auch den andern bey B, welcher/ wie gedacht/ in der Sinus-Tabellen/ als deß erſten Complement zu 90. Gr. gleich gegen über rechter Hand ſtehet/ oder man ſubtrahiret den erſten nur von 90/ ſo reſtiret 55. Gr. vor den Winckel B. Z. E.

90 Gr.

35 Gr.

---

55 Gr. vor den Winckel B.

Oder man ſagt nach der andern Regul.

Seite AB Seite AC S. T.

70(0 — 100(0 — 10000000

1 0000000

---

100 0000000

[illegible] 2

[illegible] 0 > 1428571 4 Tangens deß Winckels B von 55. Gr.

Durch

Durch die Logarithmos.

Logar. AB 70(o — Log. AC 100(o Log. S.T.

2.0 0 0 0 0 0 0
1 0.
1 0.0 0 0 0 0 0 0 0
1.8 4 5 0 9 8 0
10.1 5 4 9 0 2 0 Log. Tang. deß Winckels B von 55. Gr.

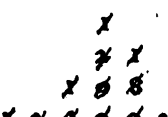
## 2. Problema.

**Aus der gegebenen Hypotenusa BC und einem der beyden Schenckeln AB oder AC die angulos acutos zu finden.**

fig. 152.

Man sage: Wie sich verhält die Hypotenusa BC gegen dem Schenckel AB, also verhält sich Sin. tot. oder Radius gegen Sinum rectum deß Winckels C. Z. E. Seye gegeben der Triangul ABC fig. 159/ darun halte die Hypotenusa BC 122(o und AB 70(o.

| Hypotenusa BC | AB | S. T. |
|---|---|---|
| 122(o | 70(o | 10000000 |
| | 10000000 | |
| | 700000000 | |



5737704 Sinus deß Winckels C 35. Gr.

## Durch die Logarithmos.

L. Hyp. BC 122(0 Log. AB 70(0 Log. S. T.

1.8 4 5 0 9 8 0

1 0.

1 1.8 4 5 0 9 8 0

2.0 8 6 3 5 9 8

9.7 5 8 7 3 8 2 Log. Sin. deß Winckels C 35. Gr. deſſen Complement iſt 55. Gr. vor den Winckel B.

### 3. Problema.

**Aus denen gegebenen Winckeln / und einem der beyden Schenckeln / Z. E. AC, den andern Schenckel AB auszufinden. fig. 160.**

Da ſage man: Wie ſich verhält S. T. gegen den Tangenten deß Winckels ACB, alſo verhält ſich auch der gegebene Schenckel AC gegen dem geſuchten Schenckel AB.

Der

Der gegebene Triangul ſey ABC fig. 160. daran halte AC 100(o/ der Winckel bey B 55. Gr. und der bey C 35. Gr.

S. T. T. deß Winckels C 35. Gr. Schenckel AC

10000000 — 70 0207 5 — 100

100

70 | 0207500 } 70(o Schenckel
XX | 0000000 AB.

## Durch die Logarithmos.

L. S. T. L. Tang. ang C 35. Gr. Log. AC 100(o

9.8452268

2.0000000

X1.8452268 Log. von 70(o vor den Schenckel AB.

NB. Wann man den Radium oder Sinum totum zu einem Logarithmo addiren/ oder von einem andern ſubtrahiren ſoll/ ſo addiret man nur die Characteriſticam vornen/ oder ſubtrahiret ſie/ wie aus oben geſetztem Exempel erhellet.

Der Gebrauch dieſes Problematis beſtehet 1. in Ausmeſſung der zugänglichen Höhen aus einem eintzigen Stand mit dem Semi-Circul/ wann man nemlichen aus einem ſelbſt-erwählten Stand C fig. 161. den Winckel acB, und die Länge AC miſſet/ und nach gegenwärtigem Problemate ſaget: Wie ſich verhält S. T. gegen den Tangenten deß Winckels C, alſo verhält ſich ac oder AC die Weite gegen die Höhe aB, wor-

worzu man aber noch die Höhe deß Instruments cC oder Aa addiren muß / so bekommt man die völlige Höhe AB. Z. E. Der Thurn / zu dem man gehen kan / und den man messen will / sey AB fig. 161 / da erwähle man den Stand in C, und observire mit dem Semi-Circul deß Thurns Spitzen B, sehe auch / was vor einen Grad deß Semi-Circuls das Linial abschneide / hier schneidet er 37. Gr. 10. Min. ab / und messe hernach die Weite AC, so hier 170(0 hält / und sage nach angeregtem Probl.

| | | |
|---|---|---|
| S. T. Tang. ang. C | 37/ 10 | Länge ac |
| 10 000 000 — | 7 581248 | 170(0 |
| | 170(0 | |
| | 53 0687360 | |
| | 75 81248 | |
| 128 | 88121600 | 128/88(2 vor die |
| 1 | 0000000 | Höhe deß Thurns aB. |

## Durch die Logarithmos.

| | | |
|---|---|---|
| L. S. T. | L. T. ang. C 37/ 10 — | Log. ac 170(0 |
| | 9. 8 7 9 7 4 0 7 | |
| | 2, 2 3 0 4 4 8 9 | |
| | 2. 1 1 0 1 8 9 6 | Log. von 128/ 8(1 von die Höhe aB, worzu man die Höhe deß Instruments vom Boden au / addiren soll. |

2. In

2. In Messung einer Distanz. Z. E. AB fig. 162. wann man nur zu einem Ende derer/ nemlichen zu A kommen kan/ aus 2. Ständen.

Wann man nemlichen bey A durch Hülff deß Semi-Circuls den rechten Winckel BAC machet/ und eine Stand-Linie/ hier AC nach Belieben misset/ auch anbey auff dem andern Stand den Winckel ACB observirt/ im übrigen wie oben procedirt.

| S. T. | S. T. ang. C 28/ 30 | AC |
|---|---|---|
| 10000000 -- | 5429557 — | 100(0 |
| | 100(0 | |

5# | 2955700 }54/29(2 vor die
1# | 0000000 Weite AB.

## Durch die Logarithmos,

| L. S. T. | L. Tang. ang. C 28/30 | Log. AC 100(0 |
|---|---|---|
| | 9.7 3 4 7 6 4 4 | |
| | 2. | |

1 1.7 3 4 7 6 4 4 Log. von 54/29(2 vor die Distanz AB.

## 4. Problema.

## Aus denen gegebenen Winckeln und der Hypotenusa BC fig. 163/ nach Belieben einen Schenckel von beyden auszufinden.

Da sage man: Wie sich verhält S. T. gegen Sinum rectum deß Winckels C, also verhält sich

ſich auch die Hypotenuſa BD gegen der Perpendicular-Linie BA.

Oder/ wie ſich verhält Radius gegen Sinum rectum deß Winckels B, alſo verhält ſich auch die Hypotenuſa BC gegen die Baſin AC.

Der Triangul ſeye ABC fig. 163. daran habe man bekannt die Hypotenuſam BC von 122(0/ und den Winckel bey B von 55. Gr. ſamt dem bey C von 35. Gr.

| Radius. | Sin. ang. C 35 | Hypoten. BC |
|---|---|---|
| 10000000 | 5735764 | 122(0 |
| | 122(0 | |
| | 11471528 | |
| | 11471528 | |
| | 5735764 | |
| 00 | 9763208(0 | 69/97(2 vor AB. |
| xx | 0000000 | |

Oder den andern Schenckel zu finden/ ſage man:

| Radius. | Sin. ang. B 55 | Hypoten. BC |
|---|---|---|
| 10000000 | 8191521 | 122(0 |
| | 122(0 | |
| | 16383042 | |
| | 16383042 | |
| | 8191521 | |
| 00 | 9365562(0 | 99/936(3 vor die |
| xx | 0000000 | Seiten AC |

Durch

## Durch die Logarithmos.

| L. Rad. | L. Sin. ang. B 55 | Log. Hypot. BC |
|---|---|---|
| | 9.9133645 | 122(0 |
| | 2.0863598 | |
| 1.9997243 | Log. von 99/93 (2 vor die Seite AC. | |

Das erſte Exempel aber ſtünde Logarithmicè alſo:

| L. Rad. | L. S. ang. C 35 | Log. Hyp. BC |
|---|---|---|
| | 9.7585913 | 122(0 |
| | 2.0863598 | |
| 1.8449511 | Log. von 69/97 (2 vor AB. | |

## 5. Problema.

## Aus der gegebenen Hypotenuſen und einem Schenckel/ den andern Schenckel zu finden.

Man ſuche erſtlich die ſpitzigen Winckel nach dem 2. Problem. und dann auch den verlangten Schenckel nach dem 4. Probl.

Dieſes Problema kan man auch ohne die Trigonometrie, durch das Pythagoriſche Inventum ſolviren/ wann man deß gegebenen Schenckels Quadrat von der Hypotenuſen Quadrat ſubtrahirt/ und aus dem Reſt die Quadrat-Wurtzel ziehet/ ſo gibt Radix den verlangten Schen-

Schenckel. Z. E. Es ſey gegeben fig. 164. der Triangul ABC, daran bekannt der Schenckel AB von 7000/ und die Hypotenuſa BC von 12200/ aus dieſen Seiten nun findet man nach der obigen Regul die noch übrige alſo:

Die Hypot. BC 12200 — Die Seite AB 7000

12200 — 7000

24400 — 49000000

24400

12200

148840000 □drat der Hypoten.

Subtr. 49000000 □drat der Seiten AB.

99840000 } 9997 (1 vor die Seiten AB.

1

19984 — 1989

9

19981 — 199300

19989

9

199801 — 19989

1999 &c.

6. Pro-

## 6. Probl.

## Aus denen gegebenen Winckeln und einem der beyden Schenckeln die Hypotenusam zu finden.

Man ſage: Wie ſich verhält Sinus deß Winckels C, ſo dem gegebenen Schenckel gegen über ſtehet/ gegen Sinum totum oder Radium, alſo verhält ſich eben der gegebene Schenckel gegen der Hypotenuſen. Z. E. Seye gegeben fig 165. der Triangul ABC, daran die Seite AB 700 halte/ der Winckel bey B aber begreiffe 55. Grad/ und der bey C 35/ daraus ſolle man die noch übrige Seiten finden/ worbey man verfähret/ wie es die Regul ſagt:

Sin. deß Winckels C 35/ S.T. Schenckel AB
5735764 — 10000000 — 700

70

70000C000

(2 (7
3(3(6 8
1 7 4 8 0
1 3 8 0 0 3(9
1 3 0 4 3 3 4 0
3 3 7 5 3 4 0 3(2
7 0 0 0 0 0 0 0 0 }122(0 Hypot. BC
5 7 3 5 7 0 4 4 4
5 7 3 5 7 0 0
5 7 3 5 7.

## Durch die Logarithmos.

| L. S. ang. C 35/ | Log. Radii. | Log. Schenckels |
|---|---|---|
| | 11.8450980 | AB 7000 |
| | 9.7585913 | |
| | 2.0865067 | Log. von 122. vor die Hypot. BC. |

## 7. Problema.

## Aus denen gegebenen Schenckeln die Hypotenusam auszufinden.

Man ſuche erſtlich durch das 1. Probl. die Winckel/ und dann durch das 6. Probl. die Hypotenusam.

Eben dieſes Problema kan man ebner maſſen durch das Inventum Pythagoricum ſolviren/ wann man die Quadrata der gegebenen Schenckel zuſammen addiret/ und aus der Summen die Quadrat-Wurtzel ziehet/ ſo wird ſolche die verlangte Hypotenuſa ſeyn.

Es ſey Z. E. gegeben fig. 166. der Triangul ABC, daran nun habe man bekannt die Seiten AB von 7000/ und AC von 10000/ ſo quadriret man beyde/ addiret die Quadrata, und extrahiret aus der Summen Radicem Quadratam, wie folget:

| Seite AB | | AC | |
|---|---|---|---|
| 7000 | | 10000 | |
| 7000 | | 10000 | |
| 4900 | | 10000 | □tum AC. |
| | | 10000 | |

10000 □tum AC.
adde 4900 □tum AB.

√4900 }122(0 Hyp.
BC.

1
44
22
2
44
484
242
2
484
16

## 8. Problema.

## Aus einer gegebenen Seiten / und der Proportion zweyer Winckel / die anguloſos acutos und übrige Seiten zu finden.

Es ſey bekannt in nachfolgendem Triangul fig. 167. die Seite AC, und verhalte ſich die Proportion deß ſcharpffen Winckels C gegen dem rechten Winckel A, wie 8. gegen 18. oder 4. gegen 9. Weilen nun A 90. Grad hält / und die Proportion iſt wie 9. gegen 4 / alſo 90. gegen einer andern Zahl / ſo finden wir aus denen 3-

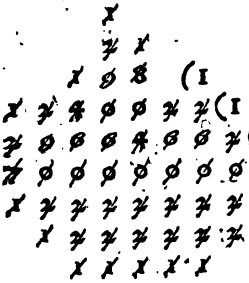
proportionalen Quantitäten / ſo bekannt ſeyn/ nemlich 9. 4. 90. die vierdte/ annoch unbekannte/ wann wir ſagen: Wie ſich verhält 9. gegen 4/ alſo verhält ſich der Winckel A von 90. Gr. gegen dem Winckel C von 40. Grad / und hält ſo dann folglich der Winckel B 50. Gr. Wann nun dieſe Stück bekannt ſeyn/ ſo kan man auch die übrigen Seiten nach denen vorhergehenden Probl. finden.

## 9. Problema.

## Aus denen gegebenen 3. Seiten deß recht-wincklichten Trianguls die ſcharpffen Winckel auszufinden.

Es halte in der 168. figur die Seite AB 70/ AC 100 / und BC 122(0 / ſo mache man aus der Hypotenuſen BC 122(0 den Radium, ſo wird AB 70(0 der Sinus deß Winckels C, demnach ſage man: Wie ſich verhält die Hypotenuſe BC 122(0 gegen AB 70(0/ alſo verhält ſich S. T. gegen den Sin. deß Winckels C. Z. E.

| Hypoten. BC | AB | Radius. |
|---|---|---|
| 122(0 | 70(0 | 10000000 |
| | 10000000 | |
| | 700000000 | |



5737704 Sinus deß Winckels C von 35. Graden.

## Durch die Logarithmos.

| Log. Hyp. BC | Log. AB 70(0 | Log. S. T. |
|---|---|---|
| 122(0 | 11.8450980 | |
| | 2.0863598 | |
| | 9.7587382 | Sin. ang. C von 35. Gr. |

## Von denen Triangulis obliquangulis.

### I. Problema.

**Aus denen gegebenen Winckeln deß stumpfwincklichten Trianguls CBD und der Basi CD, die aus B auff die erlängerte Basin fallende Perpendicular-Linie BA auszufinden. fig. 169.**

Wann man AB vor den Radium nimmt/ so seyn AD und AC die Tangentes der Wincket ABD, und ABC, und ist demnach CD die Differenz dieser Tangenten. Diesem nach sage man: Wie sich verhält vorgemeldte Differenz

gegen den Radium, alſo verhält ſich auch die gegebene Baſis CD gegen der Perpendicular-Linie AB.

| | | |
|---|---|---|
| Angulus rectus | 89/ 60 | |
| Angulus ACB | 36/ 50 | Subtr. |
| Ang. ABC | 53/ 10 | |
| Ang. CBD | 11 | Subtr. |
| Ang. ABD | 42/ 10 | |
| Ang. rect. | 89/ 60 | |
| Ang. ABD | 42/ 10 | Subtr. |
| Ang. ADB | 47/ 50 | |
| Oder | 179 60 | |
| Ang. BDC | 132/ 10 | Subtr. |
| Ang. ADB | 47/ 50 | |

## Tangenten.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Der Winckel | ABC | 53/ 10: | 1335107 |
| | ABD | 42/ 10: | 9056851 |
| Differenz der Tangenten | | | 4294224 |

Diff.

| Diff. Tangentium. | S. T. | Basis CD. |
|---|---|---|
| 4294224 | 10000000 | 3000 |
| | 3000 | |
| | 30000000 | |

(3(6(9
# # ø(8(5
ø 5 3 ø #(4
# # 3 # ø 5 8
ø 8 ø ø 8 8 ø(4
3 ø ø ø

| Diff. Tang. | S. T. | Basis dc |
|---|---|---|
| 4897220 — | 10000000 — | 30(9 |
| | | 30(0 |

300000000

(1(2(6
⁄ 3 ⁄(9(5
⁄ 8 ⁄ 8 8 8
8 ⁄ 8 8 8 8(8
⁄ 8 8 8 8 8 8 8 |0 >61(0 Perpendicular
⁄ 8 8 ⁄ ⁄ ⁄ 9 AB, deme noch die
⁄ 8 8 ⁄ ⁄ Höhe deß Instru-
ments bey-addirt
werden muß.

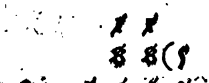
## 2. Problema.

**Aus zweyen gegebenen Seiten AC und BC, und dem Winckel B, so gegen einer der Seiten/nemlichen AC, über stehet/ den Winckel A, so gegen der andern Seiten BC über stehet/ und weilen so dann der dritte Winckel C auch bekannt wird / auch die dritte Seiten auszufinden. (fig. 171.)**

Erstlich sage man: Wie sich die Seite AC verhält gegen die Seite BC, also verhält sich auch der Sinus deß gegebenen Winckels gegen den Sinum deß verlangten Winckels A. 2. Ziehe man die Summen der 2. Winckel A und B von 180. Gr. so bekōmt man auch den dritten Win-

Winckel C. Dann sage man 3. Wie sich verhält Sinus deß Winckels B gegen den Sinum deß Winckels C, also verhält sich auch die Seite AC gegen der Seiten AB.

| 1. Seite AC. | Seite BC. | Sin. ang. B 56. |
|---|---|---|
| 88(0 | 68(0 | 8290376 |
| | | 68(0 |
| | | 66323008 |
| | | 49742256 |
| | | 563745568 |



6406199. Sin. ang. A. von 39/ 50.

| 2. Ang. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | A | 39/ 50 | 179/ 60 | |
| | B | 56 | 95/ 50 | |
| | | 95/ 50 | 84/ 10 | Ang. C. |

| 3. S. ang. B 56. | Sin. ang. C 84/ 10. | Seite AC |
|---|---|---|
| 8290376 | 9948217 | 88(0 |

9948217
88(0
---
795857736
795857736
---
875443096

(4 (5(3(6
⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂(1
⁂ ⁂(9 ⁂ ⁂ ⁂
⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂(6 } 105(0/ oder/ wo
⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ man sie durchs Di-
⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ vidiren noch weiter
⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ exhaurirt/ 105/6(1
vor die Seiten AB.

## Durch die Logarithmos.

1. L. AC 88(0 Log. BC 68(0 L.S. ang. B 56
1.8325089
9.9185742
---
11.7510831
1.9444827
---
9.8066004 Log. Sin. ang. A

° ′
39/50

2. Ang. { A 39/50 — 179/60
B 56/ — 95/50

° ′ — ° ′
95/50 — 84/10 Ang. C.

3. L. S.

3 L.S.ang.B 56. L.S.ang.C 84/10 L.AC 88(0

9.9977453 } add.
1.9444827 }

11.9422280
9.9185742

2.0236538 L. von 105/6(1 vor die Seiten AB.

## Folgerung:

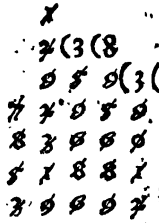
Kan man demnach aus denen bekannten Winckeln und einer Seiten auch eine jede andere Seiten bekommen.

Und dienet dieſes Problema inſonderheit in Ausmeſſung einer Diſtanz, wenn man nur einer Seits darzu kan. Z. E.

Man ſoll die Diſtanz AC oder BC aus zweyen Ständen A und B meſſen/ fig. 172.

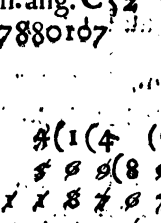
| | | | |
|---|---|---|---|
| Ang. | A | 70 | 180 |
| | B | 58 add. | 128 Subtr. |
| | | 128 | 52 Ang. C. |

| S.ang.C 52 | S.ang.A 70 | Seite AB. |
|---|---|---|
| 7880107 | 9396926 | 100(0 |
| | 100(0 | |
| | 939692600 | |



119/2(1 vor die Weiten BC.

Sin. ang. C 52 Sin. ang. B 58 AB
7880107 8480481 100(0
100(0
8480481|00



&c. 107/6(1 vor die Distanz AC.

## Durch die Logarithmos.

L.S.angC 52 L.S.ang.A 70 L.AB 100(0
9.9729858
2.0000000
11.9729858

11,

11.9729858
9.8965321

2.0764537 Log. von 119/21 vor die Weite BC.

L. S. ang. C 52 L. S. ang. B. 58 L. AB 100(0
9.9284205
2.

11.9284205
9.8965321

2.0318884 Log. von 107/60 vor die Weite AC.

## 3. Problema.

**Aus zweyen gegebenen Seiten AC und BC, und dem darzwischen liegenden Winckel C fig. 173. die übrigen Winckel/ und folglich die dritte Seiten AB auszufinden.**

Man resolvire den Triangul ABC in zwey Rectangula mit Fällung einer Perpendicular-Linie auff eine der gegebenen Seiten. Z. E. Auff AC, aus dem gegen über stehenden Winckel B. Da suche man 1. in dem recht-wincklichten Triangul BCD, worinnen die Hypotenusa und die Winckel bekannt seyn/ die Perpendicularem BD, und den Theil DC durch das 4. Problem. von den recht-wincklichten Trianguln/ welches ausgefundene Stück/ wo mans

von

von der gegebenen Seiten AC ſubtrahiret/ den andern übrigen Theil AD hinterläſſet.

2. Im andern Triangul ABD, worinnen die Schenckel AD und BD gegeben ſeyn / ſuche man den Winckel A, wann nun dieſer bekannt/ und zu dem bereits gegebenen C addiret wird/ ſo kan der dritte ABC auch nicht unbekannt bleiben/ und kan man ſo dann auch nach dem 2. Probl. von denen Triangulis obliquangulis auch deſſen Seiten AB leichtlichen haben.

## Das Exempel ſtehet alſo:

| 1. Sin. T. | Sin. ang. C | ° ′ 84/20 | Hypot. BC |
|---|---|---|---|
| 10000000 | 9951132 | | 68(0 |
| | | 68 | |
| | 7 9609056 | | |
| | 59 706792 | | |
| | 67 \| 6676976 | | 67/6(1 Perpendi- |
| | 1 \| 0000000 | | cular BD. |

| 2. S.T. | S.ang. B | ° ′ 5/40 | Hyp. BC | ° ′ 89/60 |
|---|---|---|---|---|
| 10000000 | 987408 | | 68(0 | 84/20 Ang. C |
| | | 68(0 | | |
| | 7899264 | | | ° ′ 5/40 |
| | 5 924448 | | | Ang. CBD. |
| | 6 \| 7143744 | | | 6/7(1 das Stück CD. |
| | 1 \| 0000000 | | | |

3. Seis

3. Seite { AC 88/ 0(1
DC 6/ 7(1 Subtr.

81/ 3(1 Stück AD.

Stück AD 81/3(1 DB 67/6(1 Radius

1 0 000 000

67/6(1

6 7 6 0 000 000

3 ø ø
ø ø ø 3(1
ø ø ø ø ø 5(2
ø 5 3 ø 3 ø 8 3
3 8 ø ø ø 8 ø ø(1
ø ø ø ø ø ø ø ø ø } 8314883 Tang.
8 ø 3 3 3 3 3 3 3
8 ø ø ø ø ø ø ang. A von 39/44.
8 8 8 8 8

| ° ′ | ° ′
Ang. ABC 55/56 | 89/60
Ang. ACB 84/20 add. | 39/44 Ang. A.
° ′ | ° ′
140/16 | 50/16 Ang. ABD.
| 5/40 Ang. DBC add.
° ′ | ° ′
179/60 | 55/56 Ang. ABC.
140/16

° ′
39/44 Ang. BAC, wie oben ausgefunden worden.

Prob.

## Prob der Winckel.

| | | ° | ′ |
|---|---|---|---|
| Winckel | ABC | 55 | 56 |
| | BCA | 84 | 20 |
| | BAC | 39 | 44 |
| | | 180 | 0 |

4. Die Seiten AB vollend auszufinden/ sage man:

S.ang. ABC 55/56. S.ang. BCA 84/20. Seite
8283864 9951132 AC 88(0
88(0
79609056
79609056
875699616

(3
(5(8 4(8
4 8 8(8 8 8
5 4 3 1 3 4(9
8 4 5 8 8 8 8 1(6 } 105(0 oder wo mans
8 4 8 3 8 8 4 4 4 weiter durchs Divi-
8 4 8 3 8 8 8 diriren exhauriret /
8 4 8 3 8 105/7(1 vor die
Seiten AB.

Mehrerer Ausübung halber / wollen wir dieſes auch durch die Logarithmos rechnen.

1. Log.

1. L.S.T. L.S. ang. C 84/ 20. L. Hyp. BC 68(0
9.9978725
1.8325089

11.8303814 Log. von 67/ 6(1 vor die Perpendicular BD.

2. L.S.T. L.S. ang. B 5/ 40 . Log. Hyp. BC 68(0
8.9944968
1.8325089

10.8270057 Log. von 6/7(1 vor das Stück CD.

3. L. Lat. AD 81/3(1 Log. DB 67/6(1 L.S.T.
11:8299467
1:9100905

9.9198562 Log. Tang.
ang. A von 39/ 44.

4. L.S. ang. ABC 55/ 56. L.S. ang. BCA 84/20. 9.9978725
1.9444827

11.9423552
9.9182329

2.0241223 Log. von 105/ 7(1 vor AB.

Dieſes Problema kan man auch anderſtens und zwar auff nachfolgende Weiſe ſolviren wann man ſagt: Wie ſich verhält das aggregatum der 2. Seiten gegen ihre Differenz; alſo verhält ſich der halbe Tangens deß aggregati der geſuchten Winckel gegen den Tangenten der halben Differenz derſelben.

Wann man demnach zu dem halben Theil der geſuchten Winckel (die das Complement zu 180. Graden ſeyn) die gefundene Differenz addirt/ ſo iſt das aggregat der gröſſere Winckel/ ſubtrahiret mans aber/ ſo iſt der Reſt der verlangte kleine Winckel. Z. E. Seye vorgeſtellet der Triangul ABC fig. 174.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Die Seiten | AC | 88(0 | 179/60 |
| | AB | 68(0 | 84/20 |
| Summa | | 156(0 | ° ′ |
| Differ. | | 20(0 | 95/40 die 2 übrigen Winck. |
| | | | ° ′ |
| | | | ½ 47/50 |

| Aggreg. der Seiten 156(0 | Differenz. 20(0 | Tang. 47/50 |
|---|---|---|
| | 1.3010300 | |
| | 10.0430228 | |
| | 11.3440528 | |
| | 2.1931246 | |
| | 9.1509282 | ° ′ Tang. von 8/3. |

Der

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Der halbe Theil der gesuchten Winckel | ° | ′ | | ° | ′ |
| | 47 | 50 | | 47 | 50 |
| Tang. add. | 8 | 3 | Subtr. | 8 | 3 |
| | ° | ′ | | ° | ′ |
| | 55 | 53 | | 39 | 47 |
| | Der grosse Winckel B. | | | Der kleine Winck. A. | |

Die Seiten AB suchet man so dann / wie oben.

NB. Wir hätten dieses auch ohne die Logg. finden können / weilen aber ein solches bey allen Problematibus geschehen / daß der Liebhaber bereits sich darinnen zur Genüge exerciren kan / und die Sache Logarithmicè viel behender daher gehet / als wollen wir ins künfftige die noch übrige Problemata nur Logarithmicè solviren.

Der Gebrauch dieses Problematis bestehet 1. in Ausmessung einer Distanz, die man nicht durchgehen / doch von einem dritten Ort zu beyden Enden der Distanz gelangen kan / nemlichen also / daß man beyde Seiten mit der Ruthen messe / und den Zwischen-Winckel mit dem Semicirculo nehme. Z. E. bes. hierzu die 175. figur.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Die Seiten AC | 138 | (0 | | 180 | |
| BC | 133 | (0 | Winck. C | 89 | Subtr. |
| Summa | 271 | (0 | | ° | |
| | 5 | (0 | | 91 | die 2. übrigen |
| | | | | ° | ′ |
| | | | | 45 | 30 W. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Summa der Seiten | Diff. 500 | Tang. 45/ 30 | |
| 2710 | 6.6989700 | | |
| | 10.0075803 | | |
| | 10.7065503. | | |
| | 2.4329693 | | |
| | 8.2735810 | Log. Tang. 1/ 4. | |
| Der halbe Theil der Winckel | 45/ 30 | 45/ 30 | |
| | add. 1/ 4 | 1/ 4 | Subtr. |
| Winckel B | 46/ 34 | 44/ 26 | Winck. A |

Nach Ausfindung der Winckel/ suchet man so dann auch die Distanz AB also:

| | | |
|---|---|---|
| S. ang. A 44/26. | S. ang. C 89/ | Seite CB |
| | 9.9999338 | 1330 |
| | 2.1238516 | |
| | 12.1237854 | |
| | 9.8451470 | |
| | 2.2786384 | L. von 189/ 90 |

vor die Distanz AB.

Der zweyte Gebrauch dieses Problematis bestehet in Ausmessung der Distanzen / darzu man gar nicht gelangen kan/ Z. E. AB fig. 176. aus 3. Ständen / wann man nemlichen nach Belieben die Weiten CD und CE misset/ auch die

die Winckel bey C, D und E nimmt/ und 1. durch den Triangul CDA nach deß andern Probl. Conſect. de obliquangulis die Seite AC findet/ und ſo dann 2. im Triangul CEB die Seiten CB ſuchet/ und 3. durch gegenwärtiges Problema, durch Hülff der 2. gefundenen Seiten AC und BC, und deß Zwiſchen-Winckels C die Diſtanz AB bekommt. Wir wollen dieſes durch ein Exempel erklären. Beſ. die 176. figur.

## Stand-Winckel.

| | |
|---|---|
| BEC 100. | BCA 79 |
| BCE 58. | ACD 43 |
| | ADC 101 |

## 1. Triangul BCE.

| | | |
|---|---|---|
| Winckel | BEC 100 | 180 |
| | BCE 58 add. | 158 Subtr. |
| Summa | 158 | 22 Winckel EBC. |

Hieraus findet man die Seiten BC alſo:

| | | |
|---|---|---|
| S. ang. EBC 22. | S. ang. BEC 100. | Latus EC 27(● |
| | Complement 80 | |
| | 9.9933515 | |
| | 1.4313638 | |
| | 11.4247153 | |

11.4247153
9.5735754

1.8511399 L. von 709/8(1
vor die Seite BC.

## 2. Triangul ADC.

| | | |
|---|---|---|
| Winckel ACD | 43 | 180 |
| ADC | 101 add. | 144 Subtr. |
| | 144 | 36 Winck. CAD. |

Die Seite AC in diesem Triangul auszufinden/ heisset es:

| | | |
|---|---|---|
| L. S. ang. A | 36. | L. S. ang. D 101/ Seite CD 5360 |
| | Complem. | 79 |
| | | 9.9919466 |
| | | 1.7242759 |
| | | 11.7162225 |
| | | 9.7692187 |

1.9470038 Log. von 88/5(1
vor die Seiten AC.

Aus diesen findet man endlichen auch die Distanz AB nach gegenwärtigem Problem. also aus;

Seis

Seiten { AC 88/5(1 / BC 70/9(1 — 180 − 79 ang. ACB Subtr.

Summa 159/4(1 — 101 Suma der beyden Winckel.
Differ. 17/6(1 — ½ 50/30.

Suma der Seiten 159/4(1 — Differenz. 17/6(1 — T. ang. 50/30.

1.2455127
10.0838955
11.3294082
2.2024883
9.1269199 Log. Tang. ang.
7/37.

50/30 + 7/37 add. = 58/7 ang. B.
50/30 − 7/37 Subtr. = 42/53 ang. A.

L. S. ang. B 58/7. — L. S. ang. C 79/ — Lat. AC 88/5(1
9.9919466
1.9469433
11.9388899
9.9289718
2.0099181 Log. von 102(0 vor die Distanz AB.

## 4. Problema.

**Aus denen 3. gegebenen Seiten AB 60(0/ AC 78(0/ BC 90(0/ alle Winckel auszufinden.**

Man lasse auff die längste Seiten fig. 177. nemlich BC die Perpendicular-Linie AD fallen/ und reisse mit der Länge der kleinsten Seiten den Bogen BEF, dann sage man: Wie sich verhält die gantze Basis BC 90(0 gegen die Summ der Seiten AB und AC 138(0/ also verhält sich derer Differenz FC 18. gegen die Differenz der Segmentorum Baseos EC 27/ 6(1/ wann man nun diese Differenz von der Basi subtrahiret/ so wird der Rest der Basen BE von der Perpendicular-Linie in 2. gleiche Theile getheilet/ so/ daß das Segment BD hält 31/2(1/ DC aber 58/ 8(1/ und seyn auff diese Weise in beyderley Trianguln ADB und ADC bekannt die Hypotenusen AB und AC, so weißt man auch die Bases BD und DC, woraus man nach dem 2. Problem. auch die Winckel finden kan.

Seite { AC 78(0 / AB 60(0

Summa 138(0

Differenz 18(0

| Basis BC | Summa der Seiten AB, AC. | Diff. der |
|---|---|---|
| 90(0 | 138(0 | Seiten 18(0 |
| | 2.1398791 | |
| | 1.2552725 | |
| | 3.3951516 | |

3.39

3.3951516
1.9542425

1.4409091 Log. von 27/6(1 vor das Segment EC.

Seite { BC 90/0(1
EC 27/6(1 Segm. Subtr.

62/4(1 Rest EB.

31/2(1 Segm. BD.

Segm. EC 27/6(1
BD 31 2(1 add.

58/8(1 Segm. DC.

## Im Triangul ABD.

Hyp. BA 60(0 Schenckel BD 31/2(1 S. T.
11.4941546
1.7781512

9.7160034 Sin. ang. A.

31/20.

89/60
31/20 ang. A.

58/40 ang. B.

Im Triangul ACD.

Hyp. AC 78(o Schenckel CD 58/8(1 S. T.

11.7693773
1.8920946

9.8772827 Log. Sin. ang.

o ′
C 48/54

o ′
ang. C 48/54
ang. B 58/40

o ′
107/34

o ′
179/60
107/34

o ′
72/26 ang. BAC.

Und dieſes ſeyn die vornehmſten Problemata, wordurch ein jeder / wo er ſie recht eingenommen / alle caſus gantz leicht wird verſtehen können; Wir wollen / mehrerer Ausübung halben / noch ein und anders Exercitium hierbey anhängen.

## I. Exempel.

Man ſoll den Garten fig. 177. von 2. Ständen A und B in Grund legen / und die Länge der Gräntz-Seiten berechnen. So miſſet man anfänglichen die Stand-Linie AB, hält hier 3/3(1/ und obſerviret erſtlichen mit dem Semicircu-

circulo auff A die Ecken E, D, C, B, dann gehet man auff E mit selbem / sihet anfänglichen gegen A, und observiret gleicher massen die Eck C, D, E, und zeichnet die Winckel fleissig auff / wie folget / und findet die verlangte Linien / Trigonometricè, wie aus dem calculo von selbsten wird zu ersehen seyn / wo man anderst vorhergehende Probl. bester massen eingenommen.

**Stand-Linie AB 3/3(1.**

**Winckel auff dem Stand.**

| | A | | B | |
|---|---|---|---|---|
| | ° | ′ | ° | ′ |
| BAC | 39/ | 30 | ABC 92/ | — |
| BAD | 66/ | 20 | ABD 76/ | 40 |
| BAE | 91/ | — | ABE 45/ | 20 |

**Der 1. Triangul ABE.**

Daran ex observatione bekannt seyn die Stand-Linie AB 3/3(1/ der Winckel A 91° / und der Winckel B 45° / 20′ / woraus der dritte Winckel bey E auch leicht zu haben / wann man die Summa der 2. bekannten Winckel von 180. subtrahiret. Z. E.

| | | ° | ′ | ° | ′ |
|---|---|---|---|---|---|
| Ang. | A | 91/ | — | 179/ | 60 |
| | B | 45/ | 20 | 136/ | 20 |
| Summa | | 136/ | 20 | 43/ | 40 Ang. E. |

Die-

Dieſem nach ſolviret man dieſen Triangul nach deß 2. Probl. Conſectario de Triang. obliq. wie folget:

Die Linie AE zu finden/ ſaget man:

L. S. ang. E 43/40. L. S. B 45/20. Log. St. L. AB 3/3(1

9.85 19970
0.5185139

10.3705109
9.8391396

0.5313713 L. von 3/399(3 vor die Seiten AC.

Die Seiten AB zu finden/ ſagt man:

L. S. a. E 43/40. L. S. a. A 91/ L. St. L. 33(1

Complem. 89
9.9999338
0.5185139

10.5184477
9.8391396

0.6793081 L. von 4/779(3 vor die Seiten DE.

Iſt alſo in dieſem Triangul alles/ was man verlangt/ ausgefunden worden.

## Der 2. Triangul ADB.

Daran bekannt AB 3/3(1/neben dem Winckel

ckel bey A 66/ 20/ und dem bey B 76/ 40/ woraus der Winckel bey D, wie im ersten/ gantz leicht zu haben. Z. E.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ang. | DAB | 66/ 20 | 180 |
| | DBA | 76/ 40 | 143 |
| | | 143/ 0 | 37 ang. ADB. |

Die Seiten AD zu finden/ sagt man nach eben vorbesagtem Consect. Probl. 2. von denen Triangulis obliquangulis.

| | | |
|---|---|---|
| L. S. a. ADB 37/ | L. S. a. DBA 76/40/ | L. St. L. |
| | 9.9881329 | 3/3(1 |
| | 0.5185139 | |
| | 10.5066468 | |
| | 9.7794630 | |
| | 0.7271838 L. von 5/335(3 vor die Seiten AD. | |

Die Linie BD zu finden/ sagt man nach eben erwehnten Consect. also:

| | | |
|---|---|---|
| L. S. ADB 37/ | L. S. BAD 66/ 20. | Log. St. L. |
| | 9.9618463 | 3/3(1 |
| | 0.5185139 | |
| | 10.4803602 | |
| | 9.7794630 | |
| | 0.7008972 Log. von 5(1 vor die Seiten BD. | |

Der

## Der 3. Triangul ABC.

Daran bekannt die Linie AB, 3/3(1 der Winckel CAB 39/30/ und der Winckel CBA 92/ woraus der dritte Winckel ACB, wie vorher/ gefunden wird. Z. E.

| | | ° ′ | ° ′ |
|---|---|---|---|
| Ang. | CAB | 39/30 | 179/60 |
| | CBA | 92/— | 131/30 |
| | | ° ′ | ° ′ |
| | | 131/30 | 48/30 Ang. ACB. |

Die Seiten AC auszufinden/ heisset es/ nach schon oben berührtem Consect.

L. S. ACB 48/39. L. S. CBA 92. L. St. L. 3/3(1

Compl. 88.

9.9997354
0.5185139
10.5182493
9.8744561
0.6437932 Log. von 4/4(1 vor die Linie AC.

Die Linie BC zu finden/ sage man:

L. S. ACB 48/30. L. S. CBA 39/30. L. St. L. AB 3/3(1

9.8035105
0.5185139
10.3220244

10.

10.3220244
9.8744561

0.4475683 L. von 2/8(1
vor die Seiten BC.

## Der 4. Triangul EAD.

Daran seyn bekañt die Seite AE 3/339(3/ die Seite AD 5/335(3/ der Winckel EAD aber wird also gefunden.

| | | ° | ′ |
|---|---|---|---|
| Winckel | EAB | 90/ | 60 |
| | DAB | 66/ | 20 |

° ′
24/40 vor den Winckel EAD.

Die übrigen Winckel zu finden/ verfähret man nach dem 3. Probl. de Triang. obliquang. also:

| | | |
|---|---|---|
| Die Seiten | AD | 5/335(3 |
| | AE | 3/399(3 |
| | Summa | 8/734(3 |
| | Diff. | 1/936(3 |

° ′
179/60
24/40 ang. EAD.

° ′
155/20 die 2. übrigen Winckel.
° ′
½ 77/40 Tang.

Sum-

| Suma der Seiten | Diff. | Tang. 77/ 40. |
|---|---|---|
| 8734(3 | 1/936(3 | |
| | 0.2869054 | |
| | 10.6602609 | |
| | 10.9471663 | |
| | 0.9412132 | |
| | 10.0059531 Log. | 45/ 23. |

| Tang: 77/ 40 | 77/ 40 |
|---|---|
| 45/ 23 | 45/ 23 |
| 123/ 3 ang. DEA. | 32/ 17 ang. ADE. |

Die Seiten ED zu bekommen/ macht mans/ wie folget:

| L. S. ADE | L. S. EAD. 24/ 40. | L. der Seiten |
|---|---|---|
| 32/ 17. | 9.6204884 | AE 3399(3 |
| | 3.5313512 | |
| | 13.1518396 | |
| | 9.7276278 | |
| | 3.4242118 Log. von 2656(3 vor die Seiten ED. | |

## Vierdter Triangul DBC.

Woran bekannt/ und bereits ausgefunden worden die Seite BD 5(0/ und BC 2/8(1; den Winckel CBD findet man auf folgende Art:

Ang.

| | | ° | ′ |
|---|---|---|---|
| Ang. | ABC | 91 | 60 |
| | DBA | 76 | 40 |

| | | ° | ′ |
|---|---|---|---|
| | | 15 | 20 Winckel DBC. |

Die übrigen Winckel findet man ſo dann/ wie im vorhergehenden Triangul/ nemlichen alſo:

| | | | ° | ′ |
|---|---|---|---|---|
| Seite | BD | 5/0(1 | 179/60 | |
| | BC | 2/8(1 | 15/20 | |
| Summa | | 7/8(1 | 164/40 | |
| Diff. | | 2/2(1 | | |
| | | | ½ 82/20 | Tang. |

| L. Sum. der Seiten 7/8(1 | L. Diff. der Seiten 2/2(1 | L. Tang. ° ′ |
|---|---|---|
| | 0.3424227 | 82/20 |
| | 10.8709132 | |
| | 11.2133359 | |
| | 0.8920946 | |
| | 10.3212413 | Tang. von ° ′ 64/29 |

| ° ′ | ° ′ |
|---|---|
| 82/20 | 82/20 |
| 64/29 add. | 64/29 Subtr. |
| ° ′ | ° ′ |
| 146/49 ang. BCD. | 17/51 ang. BDC. |

Die annoch übrige Seiten CD auszufinden / ſage man:

L. S. BDC 17/51. L. S. DBC 15/20. L. Lat. CB 2/8(1

9.4223176

0.4471580

9.8694756

9.4864674

0.3830082 L. von 2/399(3 vor die Linie CD.

## Das andere Exercitium Trigonometricum.

Wollen wir aus Hrn. Joh. Faulhabers Ingenieur-Schul entlehnen. Es ſey Z. E. ein Wald / dardurch man nicht gehen kan / in Grund zu legen / und abzumeſſen / Z. E. die 178. figur ABCDE. Erſtlich richte ich das Inſtrument (den Semi-Circul) in A auff / und laſſe in E und B zwo Stangen perpendicular aufrichten / alsdann obſervire ich den Winckel EAB, und meſſe mit einer Ketten oder 2. Stangen die Seiten AE und AB, und ſchreibe ſolches alles auf / darnach richte ich das Inſtrument in B auf / und laſſe die Stangen aus E in A ſtellen / und die andere Stangen in C, und obſervire den Winckel ABC, und meſſe die Seite BC, alſo werden auch die übrigen 3. Winckel obſervirt / und alle Linien gemeſſen / und aufgeſchrieben.

End.

Endlich trage ich zu Hauß die Winckel/wie auch alle Linien nach dem verjüngten Maßſtab auff/ wie es die Obſervation mit ſich bringet. Es wird aber ein jeder Mathematicus, welcher groſſe Plätze in Grund legen/ und durchs Inſtrument nach der gemeinen Manier aufs Papier tragen will/ befinden/ daß ihme im Beſchlieſſen der figur bißweilen um etwas fehlet/ welches doch nicht der Kunſt Schuld iſt.

## Nun will ich eine Manier weiſen/ dardurch ein Platz ſolcher Geſtalt in Grund zu legen/ daß es im Eintragen juſt in den Punct eintrifft.

Erſtlich nehme ich den Triangul ABE vor mich/ und ſuche die Winckel ABE 47° 14' und BEA 43° 46' item die überzwerche Linie BE, ſo kommt mir 1049. Schuh/ 4. Zoll. Wann das geſchehen/ ſo reiß ich ſolchen Triangul ABE nach dem verjüngten Maßſtab aufs Papier. Darnach ſo nehme ich den Triangul BCE vor die Hand/ daran die 2. Linien BC 68° 4' und BE 1049. Schuh/ 4. Zoll bekannt. Item den Winckel EBC kan ich bekannt machen/ wann ich den Winckel EBA 47° 14'. vom Winckel ABC 118° 30'. ſubtrahire/ſo reſtirt EBD 71° 16'

Aus diesen 3. Datis suche ich die überzwerche Linie CE, kommt 1052. Schuh/ 5. Zoll. Diesen Triangul henge ich an den ersten auffgerissenen Triangul/ und also wann die Figur mehr Triangul hätte/ so henge ich einen nach dem andern an/ biß zum letzten Triangul/ welcher auch leicht anzuhengen ist.

Als in diesem ist noch anzuhängen der Triangul CDE, daran alle 3. Seiten bekannt/ (deß Winckels D zu geschweigen/) so leichtlich auffzureissen/ und die figur zu ergäntzen ist.

## Folget die Auffschreibung auff dem Felde.

| Ständ. | Gr. | Min. | Ruth. | Schuh. | Zoll. | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 89 | 0 | 72 | 6 | 0 | Die Ruthe zu 10. Geom. Schuhen/ den Schuh zu 10. Zoll gerechnet. |
| 2 | 118 | 30 | 68 | 4 | 0 | |
| 3 | 121 | 0 | 49 | 3 | 7 | |
| 4 | 102 | 30 | 82 | 8 | 9 | |
| 5 | 109 | 0 | 77 | 0 | 5 | |

Proba 540/ dieses seyn 6. rechte Winck.

## Berechnung deß △ ABE.

Seiten { AE 77/05 (2 ; AB 72/6 (1

180 − 89 Winck. BAE Subt.

Summa 149/65 (2
Diff. 4/45 (2

91

½. 45/30 Tang.

L. Sum.

| | | |
|---|---|---|
| Log. Sum. | L. Diff. 4/45(2. | L. Tang. 45/30 |
| 149/65(2. | 0.6483600 | |
| | 10.0075802 | |
| | 10.6559402 | |
| | 2.1750767 | |
| | 8.4808635 | Tang. von 1/44. |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | ° | ′ | ° | ′ |
| Tang. | 45 | 30 | 45 | 30 |
| | 1 | 44 add. | 1 | 44 Subtr. |
| Ang. EBA | 47 | 14 | 43 | 46 Ang. BEA. |

Die Linie BE auszufinden/ sage man:

| | | | |
|---|---|---|---|
| L. S. BAE 43/46. | L. S. EAB 89. | L. AB 72/6(1 |
| | 9.9999338 | |
| | 1.8609366 | |
| | 11.8608704 | |
| | 9.8399323 | |
| | 2.0209381 | Log. von 104/939(3 vor BE. |

## Berechnung deß Trianguls BCE.

| | | |
|---|---|---|
| Seiten | BE | 104/94(2 |
| | BC | 68/4 (1 |
| Summa | | 173/34(2 |
| Diff. | | 36/54(2 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ABC | 118 | 30 | | 180/— | |
| ABE | 47 | 14 | Subtr. | 71/16 | |
| | 71 | 16 | Winck. CBE. | Tang. | 108/44 |
| | | | | ½ | 54/22 |

Log. Sum. 173/339(3 Diff. 36/54(2. T.L. 54/22,

1,5627685
10.1441918

11.7073644
2,2388988

9.4684656 Tang. 16/23,

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Tang. | 54 | 22 | | 54 | 22 |
| | 16 | 23 | add. | 16 | 23 Subtr. |
| | 70 | 45 | Ang. BCE. | 37 | 59 BEC ang. |

L.S. BEC 37/59. L.S. CBE 71/16. CB 68/4(1

9.9763608
1.8350561

11.8114169
9.7891802

2,0222367 L. von 105/25(2
vor die Linie CE.

Will

Will man probiren/ ob alles recht observirt worden/ und die Rechnung richtig seye/ so rechnet man den letzten Triangul CDE auch also:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ang. | AEB | 43/46 | AED - | 109/— |
| | BEC | 37/59 add. | AEC - | 81/45 |
| | AEC | 81/45 | | 27/15 Ang. CED, |
| L.S.CDE | 102/30. | L.S.CED | 27/15. | Log. CE 105/25(2 |
| Compl. | 77/30 | | 9.6607459 | |
| | | | 2.0222220 | |
| Ang. DCB | 121/— | | 11.6829679 | |
| BCE | 40/45 | | 9.9895815 | |
| Ang. DCE | 50/15 | | 1.6933864 | Log. von 49/37(2 |
| L.S.DEC | 27/15, | L. | 105/25(2 | L.S.DCE |
| Compl. | | | 2.0222220 | 50/15 |
| | | | 9.8858379 | |
| | | | 11.9080590 | |
| | | | 9.9895815 | |
| | | | 1.9184775 | L. von 82/89(2 |

kommt alles/ wie es im Felde anfangs observirt worden.

## Drittes Exercitium Trigonometricum.

### Wie in beygefügtem Viereck fig. 179. alle Winckel und Seiten durch die Trigonometrie auszufinden.

Der Lehr-Begierige kan zwar dieſes Exercitium beyſeit legen/ oder übergehen/ biß er in arte fortificandi die Termines verſtehet/ und weißt/ was eines oder das andere will/ welches wir einem jeden geneigt anheim ſtellen wollen.

## I. Die Winckel zu finden.

Und zwar

### 1. Den Center-Winckel KLO.

Der Center-Winckel iſt in beygefügter fig. 179. KLO, welcher alſo gefunden wird: Man theilet nemlichen die Zahl der Grad deß gantzen Circuls/ der um das Vieleck herumer gehet/ nemlichen 360. durch die Zahl der Seiten deß Vielecks/ ſo gibt der Quotient die Grad deß verlangten Winckels. Z. E.

Z ✠ ✠ } 90. Grad vor den Center-Winckel KLO.
✠ ✠

### 2. Den Vielecks-Winckel an der Circumferenz zu finden.

Dieſen nennen etliche den Figur-Winckel/ und iſt IKO, welcher alſo gefunden wird: Man ziehet nemlichen den gefundenen Center-Winckel von dem halben Circul/ d. i. von 180.

Gra-

Graden ab / ſo gibt der Reſt den begehrten Winckel. Z. E.

180 Der halbe Circul.
90 Center-Winckel.

90 Vielecks-Winckel IKO.

## 3. Den Bollwercks-Winckel RHC auszufinden.

Addire zu dem halben Vielecks-Winckel / 15 / wann die gefundene Summ 90. nicht überſchreitet / ſo wird ſelbe der geſuchte Winckel ſeyn / überſchreitet ſie aber 90 / ſo wirff den Exceſs hinweg / und behalte 90. vor den geſuchten Winckel. Z. E.

Halber Vielecks-Winckel 45
15

50 Bollwercks-Winckel RHC.

## 4. Den Winckel der Defens-Linie und der Bollwercks-Schulter ACF zu finden.

Subtrahire den Defenſions-Winckel / allhier 15 / von 90 / ſo iſt der Reſt der verlangte Winckel. Z. E.

90
15

75 Winckel ACF.

## 5. Den Defensions-Winckel zu finden.

Dieser ist in der Figur CFA, und gleichet dem Winckel CHG, wird aber also gefunden: Ziehe den halben Bollwercks-Winckel von dem halben Vielecks-Winckel/ so ist der Rest der gesuchte Winckel. Z. E.

45 Halber Vielecks-Winckel.
30 Halber Bollwercks-Winckel.

15 CFA.

## 6. Den Winckel der Face und Bollwercks-Schulter HCA zu finden.

Ziehe den Winckel der Defensions-Linie und der Schulter deß Bollwercks von zweyen rechten Winckeln/ das ist/ von 180. Gr. ab/ so wird der Rest der verlangte Winckel seyn. Z. E.

180
75

105 Winckel HCA.

7. Den

7. Den Winckel der Haupt- und Keel-Linie HKA zu finden.

Ziehe den halben Vielecks-Winckel von 2. rechten Winckeln oder 180/ ſo gibt der Reſt den begehrten Winckel. Z. E.

180
45
135

Die Linien-Rechnung præſupponiret die Winckel/ die ſie in denen von ihnen formirten Trianguln ſubtendiren. Weilen aber aus denen Winckeln allein in der Trigonometrie nichts kan geſchloſſen werden/ wo nicht zum wenigſten eine Seite deß Trianguls/ worinnen man die Winckel weißt/bekannt iſt/ſo muß man nothwendig etliche Linien-Gröſſe vor bekannt annehmen/ damit man daraus die andern finden möge. Doch muß ſolche vorher bekannte Gröſſe ſich nach der Kriegs-Bau-Kunſt Axiomatibus richten. Solche Linien aber/ die vorher bekannt ſeyn müſſen/ ſeyn die Face deß Bollwercks die Cortin und Bollwercks-Schulter.

Und iſt die Cortin allhier in dem Viereck 480. Schuh/ die Face 240. Schuh/ und die Schulter 60. Schuh lang.

Linien-

90
15

75 Winckel AC die Linie

5. Den Defens[illegible]e Seite HC von zu f[illegible]10 ACF als Vertica-

Dieser ist in der [illegible]en dem rechten Winckel dem Winckel CHG demnach:
Ziehe den halben[illegible] demnach:
halben Vieleck[illegible] S. HCG 75 Log. HC 240(0
gesuchte Win[illegible] 9.9849438
45 2.3802112
30 12.3651550 Log. von 231/8(0 vor die Seite HG.

Die Seiten GC zu finden/ sage man:

6. [illegible] Log. HC 240(0 Log. S. CHG 15
L. S. 10. 2.3802112
9.4129962

11.7932074 Log. von 62/12(2 vor die Seite GC.

2. Im Triangul CAF die Seiten AF zu finden.

Daran seyn bekannt die Seite AC 60(0/ der Winckel ACF von 75/ neben dem rechten Winckel bey A. Demnach heisset es:

L. S.

ot. L. T. ang. ACF 75 Log. AC 60(o
10.5719475
1.7781512

12.3500987 L. von 223'9(1 vor die Seiten AF.

## Die Seiten CF zu finden.

Hierzu haben wir den Log. Secantis von 75then/ den man also suchet:

Sinus totus duplicatus 20.0000000

Sinus Complem. 75: 9.4129962 Subtr.

10.5870038 Log. Sec. von 75.

Dann sage man:

L. S. tot. L. Sec. ACF 75 Log. AC 60(o
10.5870038
1.7781512

12.3651550 Log. von 231/8(1 vor die Seiten CF.

## 3. Die Seiten deß äussern Vielecks HP zu finden.

Diese zu finden/ nimmt man HG gedoppelt/ oder GH und PQ, so der ersten Seiten gleich ist/ und addirt es zu GQ, welche der gegebenen Seiten AB gleich ist/ so bekommt man Hp. Z. E.

Die

Die Seite HG
ward gefunden von 231/8(1
PQ von 231/8(1

463/6(1 Summa beyder.
GQ oder AB 480/ (o

943/6(1 die Seite HP.

### 4. Die Schulter der Cortin FB zu finden.

So subtrahiret man die gefundene Seiten AF von der Cortin AB, bleibet FB. Z. E.

Cortin AB 480/0(1
Seite AF 223/9(1

256/1(1 die Seite FB.

### 5. Die bevögliche Streich-Linie HF zu finden.

Addiret man die gegebene Face HC zu der gefundenen Seiten CF, so bekommt man die Linie HF. Z. E.

Face HC 240/0(1
CF 231/8(1

471/8(1 HF.

### 6. Die verlängerte Bollwercks-Flanque AG zu finden.

Addiret man die gegebene Linie AC zu der gefundenen CG, so gibt die Summa AG die begehrte Flanque. Z. E.

AG

AC 60
CG 62/12(2

122/12(2 AG.

## 7. Den halben Theil der äussern Seiten HN zu finden.

So dividiret man HP durch 2/ so gibt der Quotient den verlangten halben Theil. Z. E.

HP ø ⅋ 3. ø(1 )471/8(1 HN.

## 8. Die Linien NL und HL im Triangul HNL zu finden.

An diesem Triangul seyn nun alle 3. Winckel neben der gefundenen Seiten HN bekannt/ daraus nun findet man fürters die äussere Perpendicular-Linie NL, und den äussern Semidiametrum HL, und zwar NL durch den Tangenten deß Winckels NHL also:

| | Log. Tang. ang. |
|---|---|
| Sin. tot. L. Lat. HN 471/8(1 | NHL 45 |
| 10.0000000. 12.6737579. | 10.0000000 |

Log. von 471/8(1 vor NL.

HL aber wird also gefunden/ nemlich durch den Secantem deß Winckels NHL.

Den Secantem deß Winckels NHL 45. findet man also:

Sin.

Sin. tot. duplicatus: 20.0000000

Sin. Compl. 45: 9.8494850

Sec. ang. NHL 45: 10.1505150

Sin. tot. L. Lat. HN 471/8(1 L. Sec. NHL 45
10.0000000 2.6737579
10.1505150

√2.8242729 Log. von 667/2(1 vor HL.

**9. Die innere Perpendicular ML zu finden.**

Subtrahiret man NM, so AG gleich ist / von NL, so ist der Rest ML, so gesucht worden. Z. E.

NL 471/80(2
NM oder AG 122/12(2

349/68(2 ML.

**10. Die halbe Seiten deß innern Vielecks KM neben dem innern Semidiametro bemeldten Vielecks KL zu finden.**

So seyn in dem recht-wincklichten Triangul KML alle Winckel neben der Seiten ML bekannt/ da heißt es dann: KM auszufinden.

L. S. T. L. Lat. ML 349/68(2 L. T. ang. KLM
2.5436956
10 0000000 45.

√2.5436956 L. von 349/7(1 vor KLM.

KL

KL zu finden:

Rad. L. Lat. ML 349/7(1 L. Sec. ang. KLM 45.
2.5436956 Rad. dupl. 20.0000000
10.1505150 S. Compl. 9.8494850

12.6942106 sec. 10 1505150

Log. von 494/6(1 vor KL.

11. Die Seiten deß innern Vielecks KO zu finden.

Nimmt man nur KM gedoppelt. Z. E.

349/7(1
2

699/4(1 Latus KO.

12. Die Haupt-Linie HK zu finden.

So subtrahire KL von HL, so gibt der Rest die Capital-Linie HK. Z. E.

HL 667/2(1
KL 494/6(1

172/6(1 Capital-Linie HK.

13. Die Keel-Linie KA zu finden.

So subtrahirt man die halbe Cortinam AM (so der Face HC gleich ist) von KM, so bleibet KA im Rest. Z. E.

KM 349/7(1
AM 240/0(1

109/7(1 Keel-L. KA.

14. Die beständige Streich-Linie HB im Triangul HQB zu finden.

In dieſem Triangul nun ſeyn bekannt die 2. Seiten HQ und QB, dann wann man HG zu GQ addirt/ ſo bekomt man HQ, QB aber iſt AG gleich/ ſo iſt auch der Winckel bey Q ein rechter Winckel. Man multiplicirt derowegen ſowohl HQ als auch QB quadratè mit ſich ſelbſten/ ſo bekommt man die 2. Quadrata der Seiten HQ und QB, wann man nun ſelbe zuſammen addiret/ ſo ſeyn ſie dem Quadrat der Linie HB gleich/ nach der 47. Pr. 1. B. Eucl. die Wurtzel ſo dann auß dem Quadrato HB gezogen/ gibt die Seiten HB. Z. E.

HG 231/8(1 Log. 2.8523580
GQ 480/0(1 Log. 2.3523580 add.

5.7047160 L. von 506800

HQ 711/8(1 Log. 2.0867156
BQ 122/1(1 Log. 2.0867156 add.

4.1734312 L. von 14910. add.
5.1710
Subtr. Quad.

5.217|10 num. inventus.
3.7175041 Log. von 5218
3.7174208 Subtr.

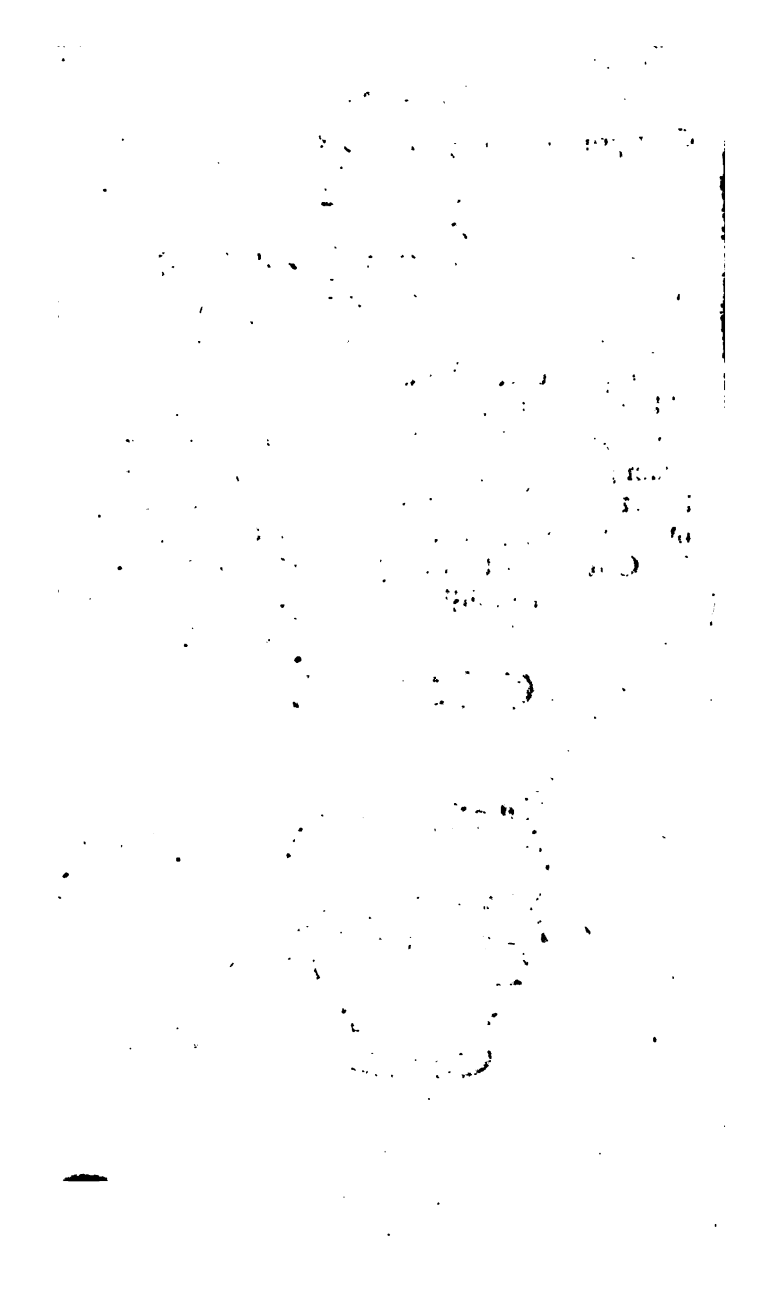
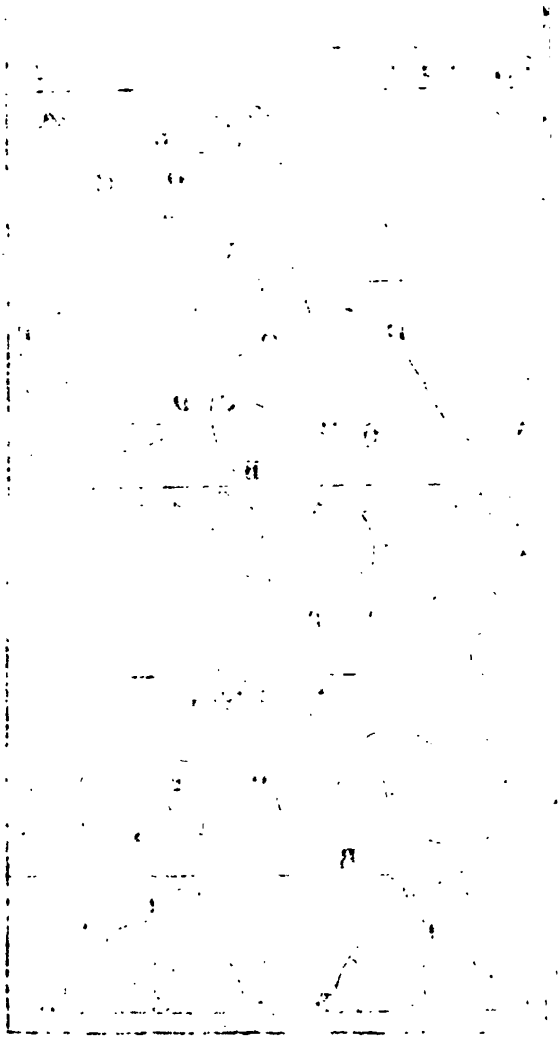
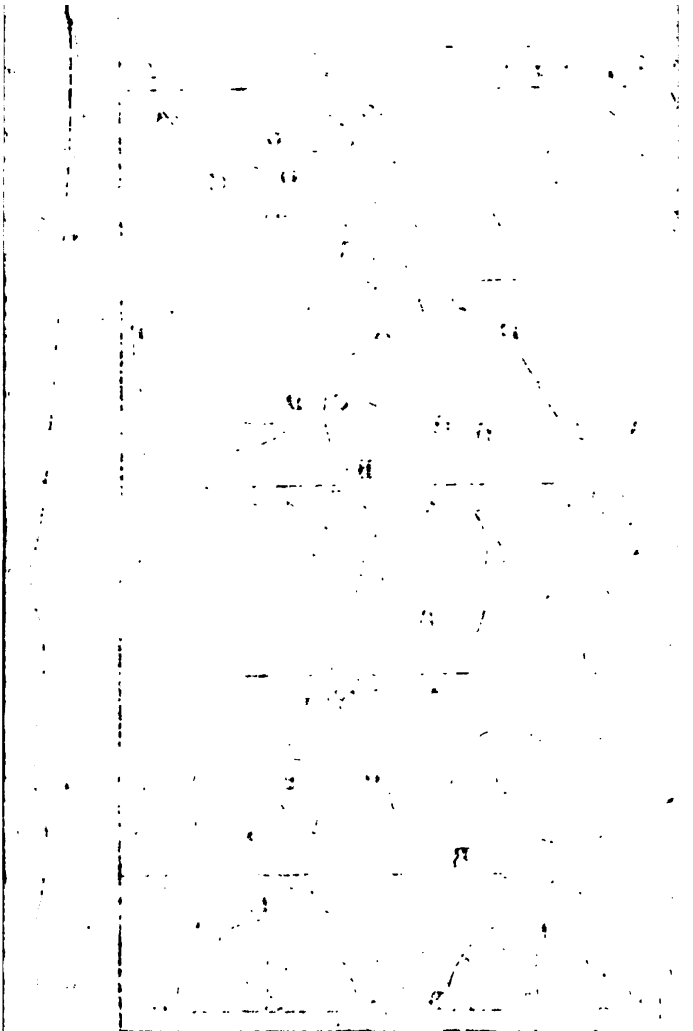
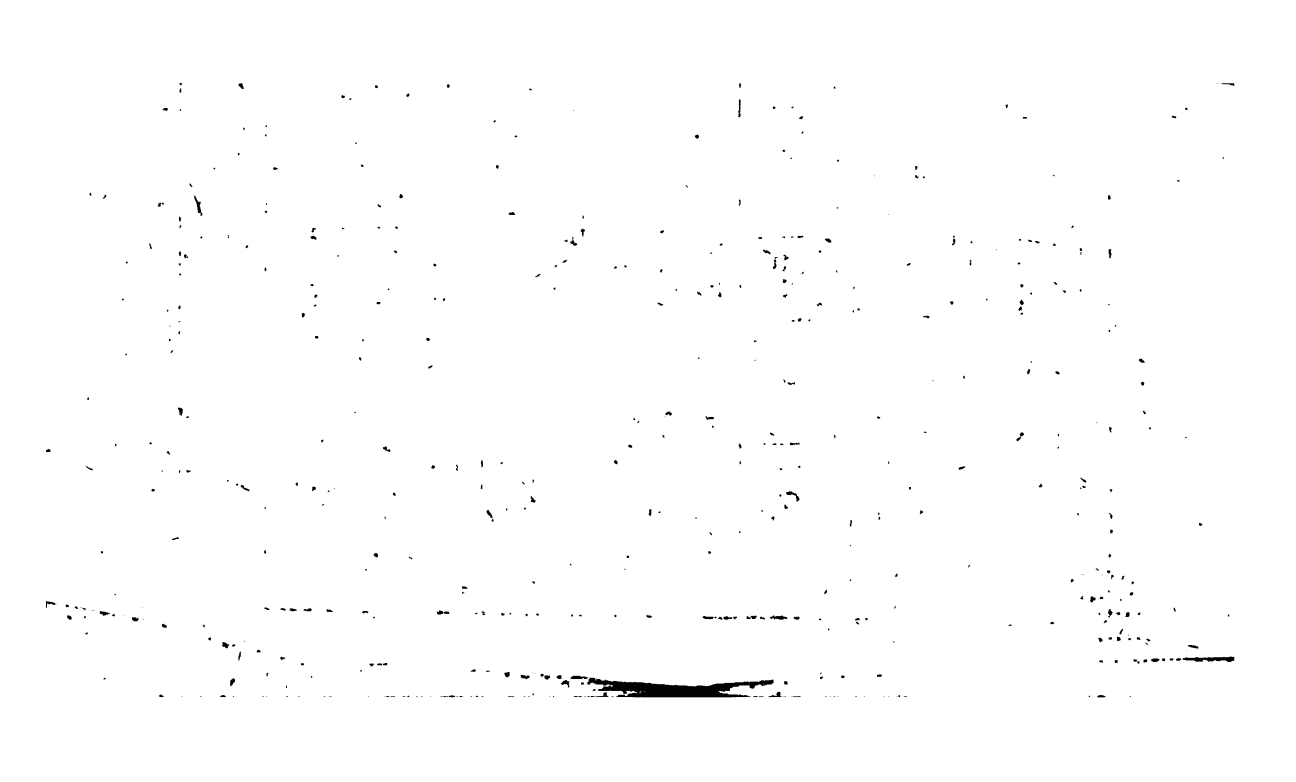
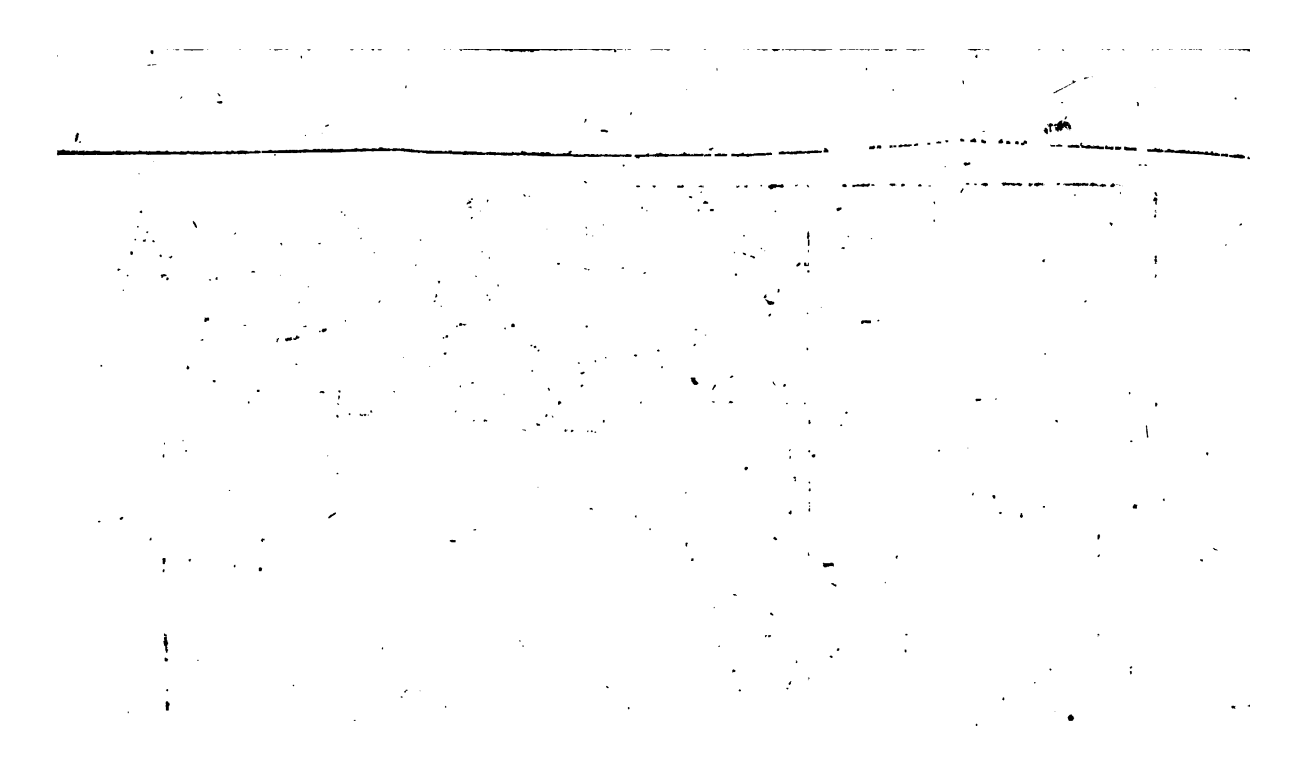
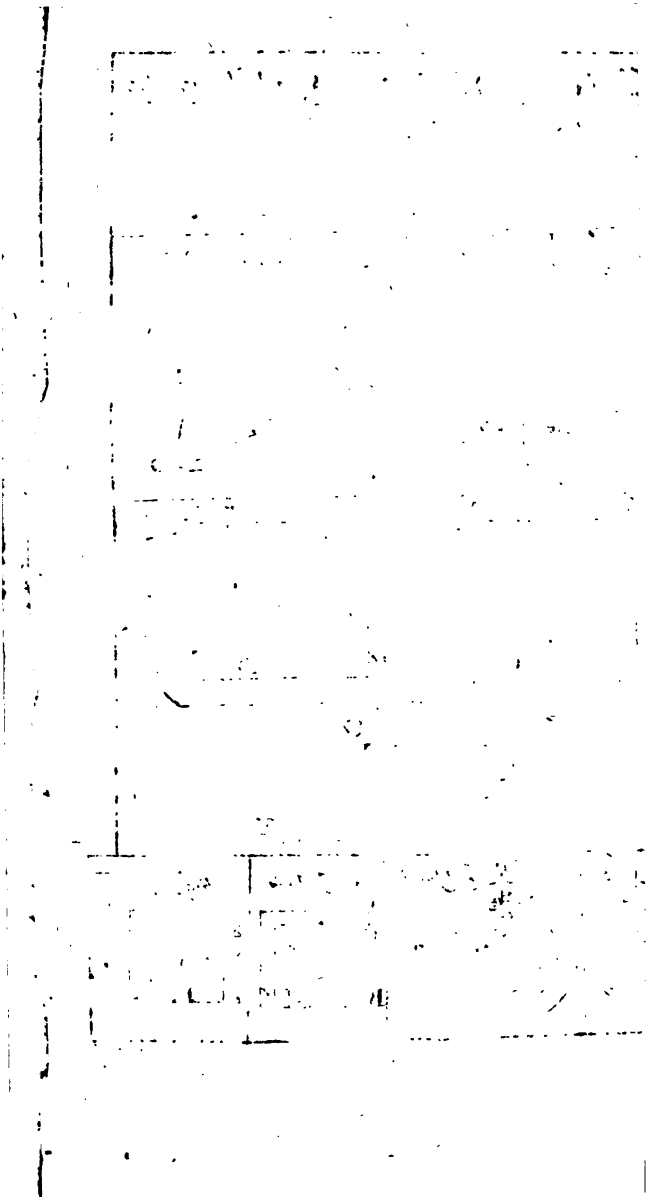
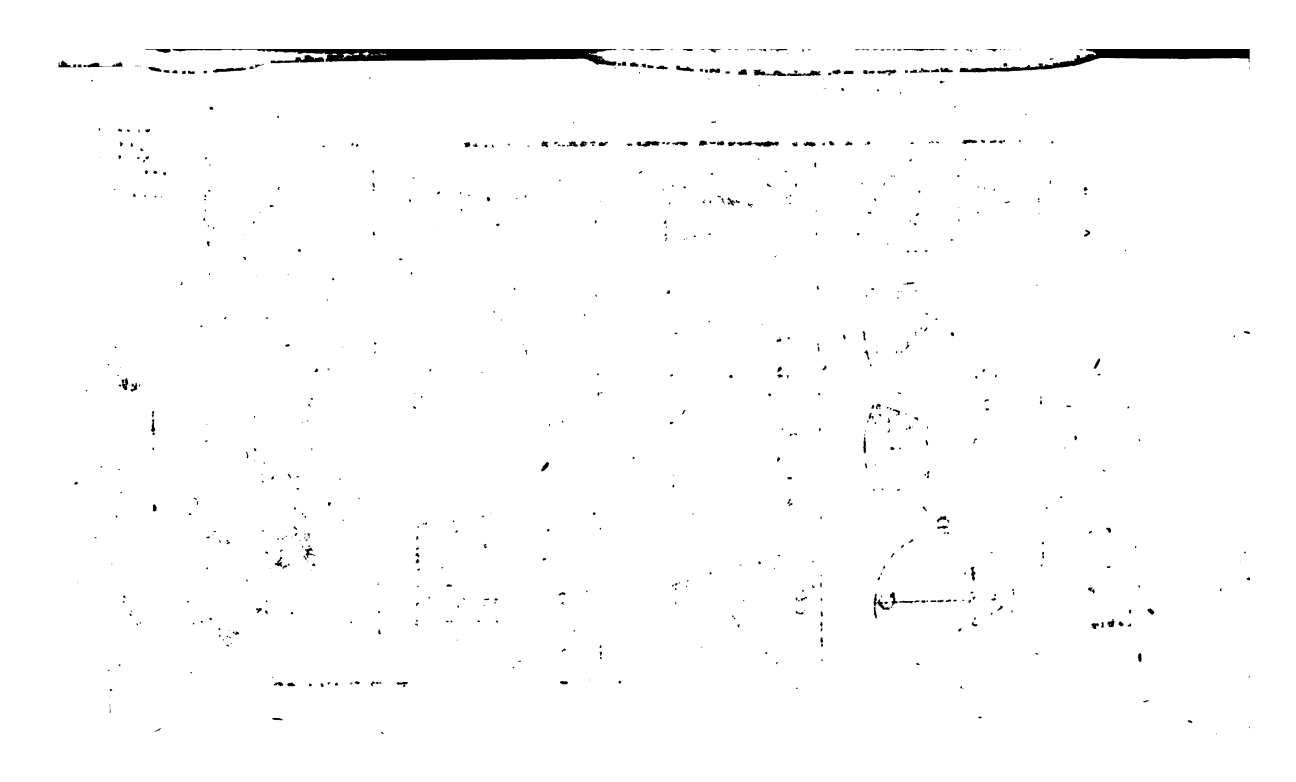
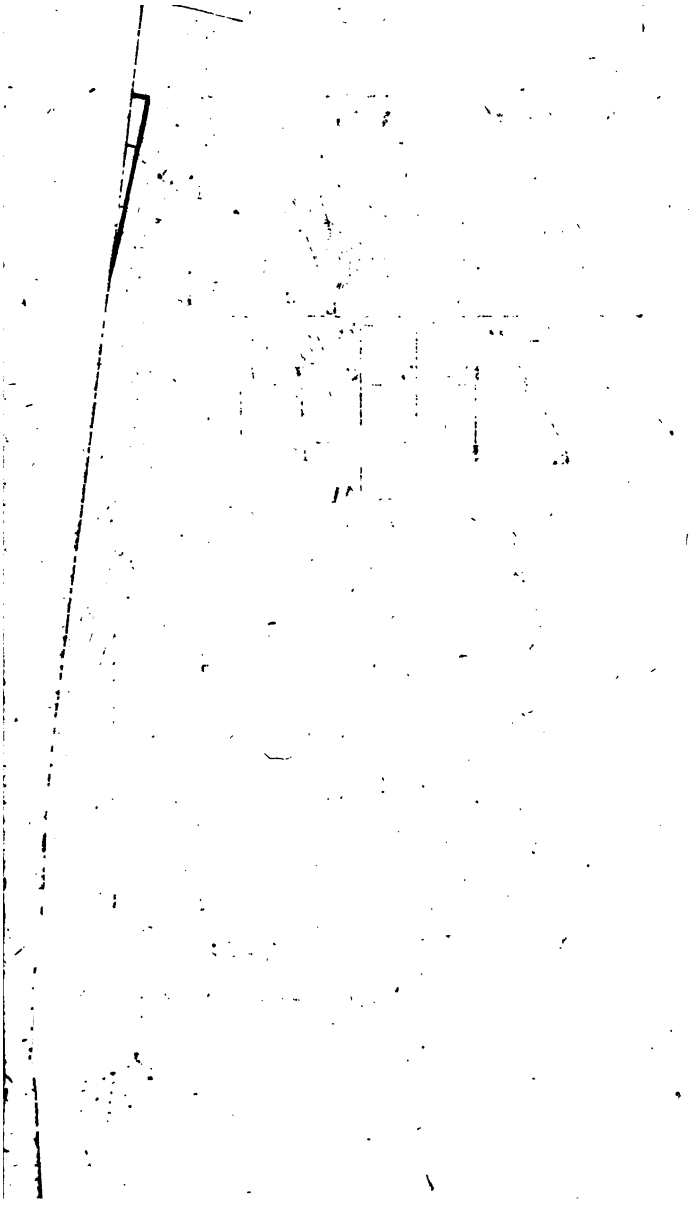
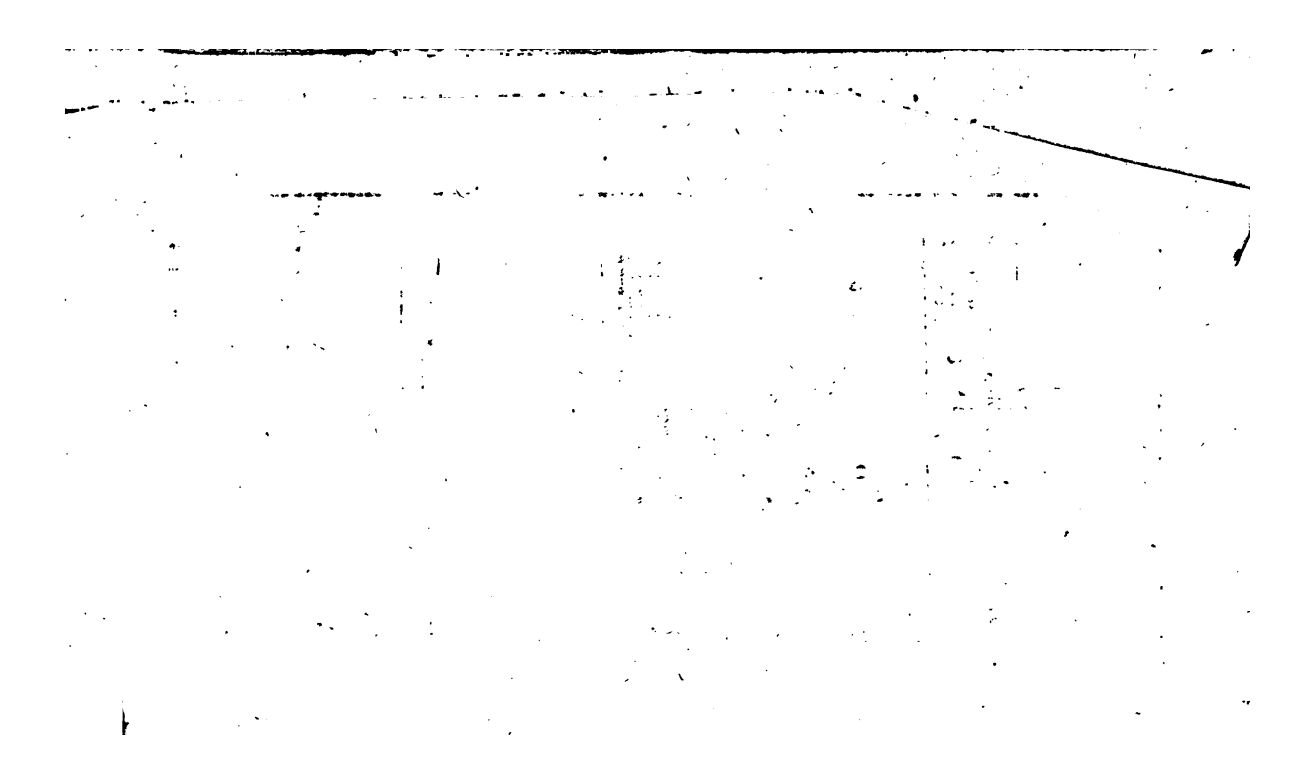
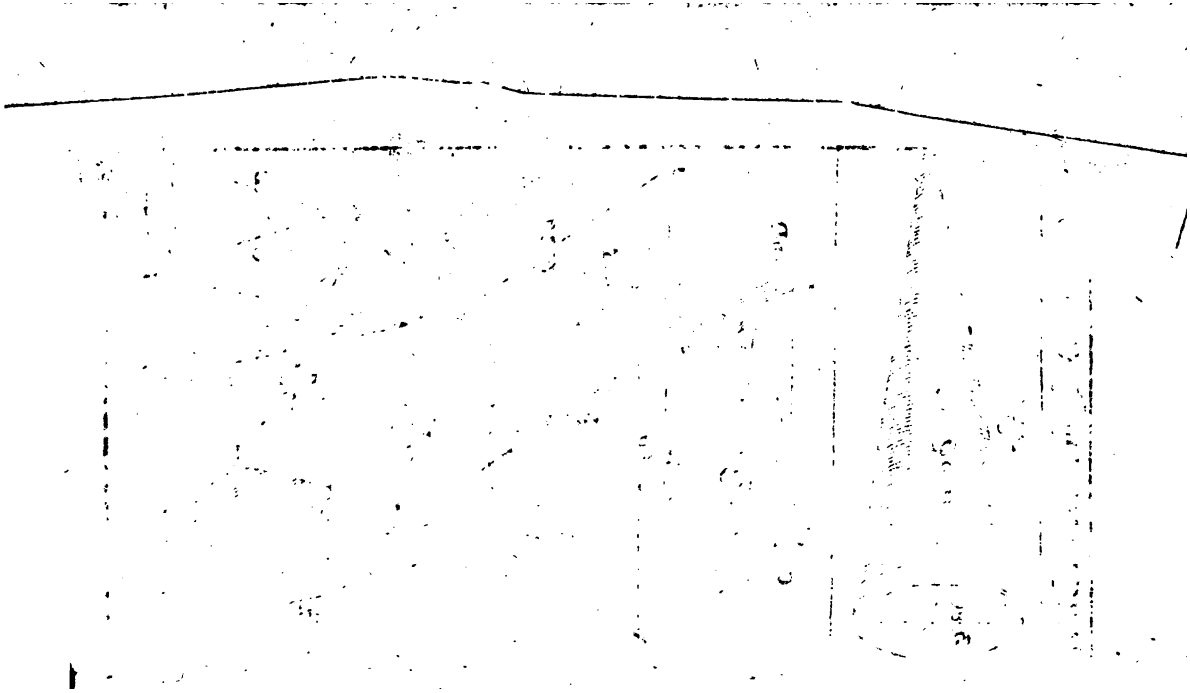
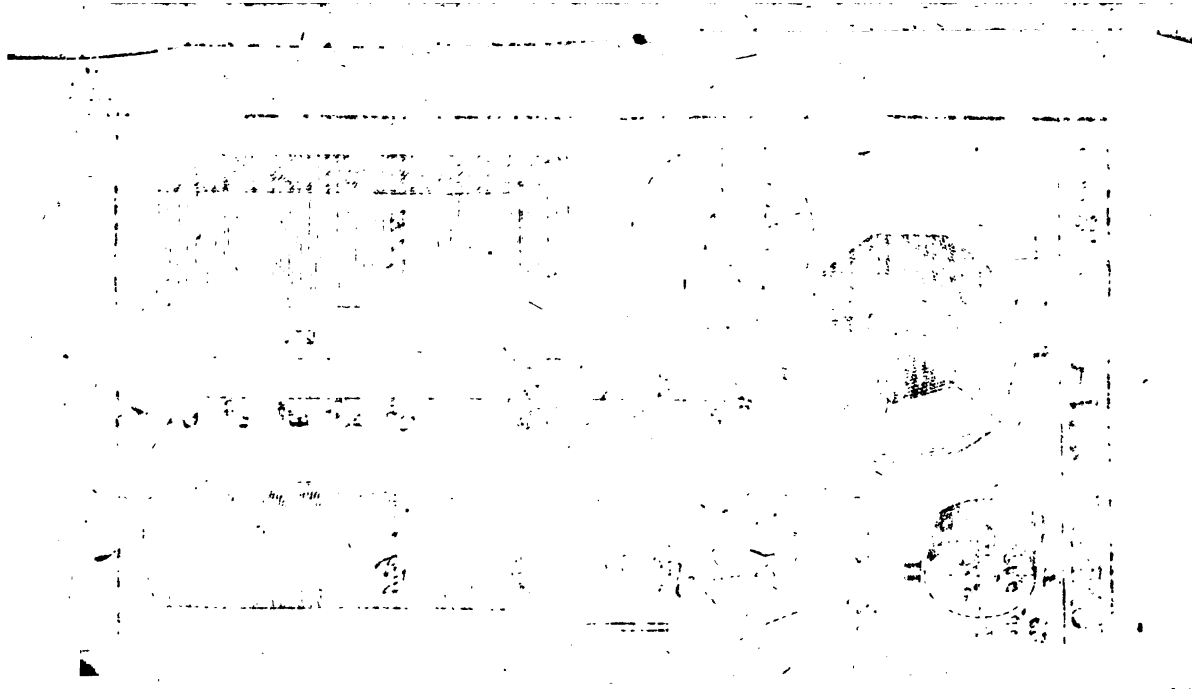
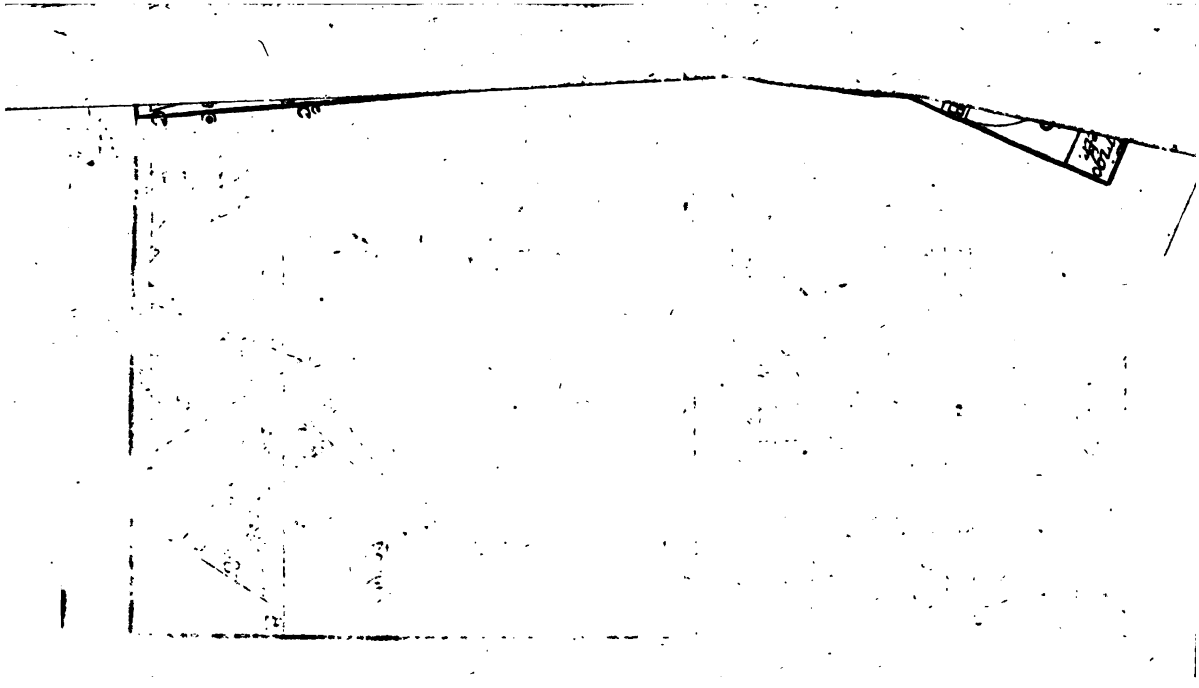
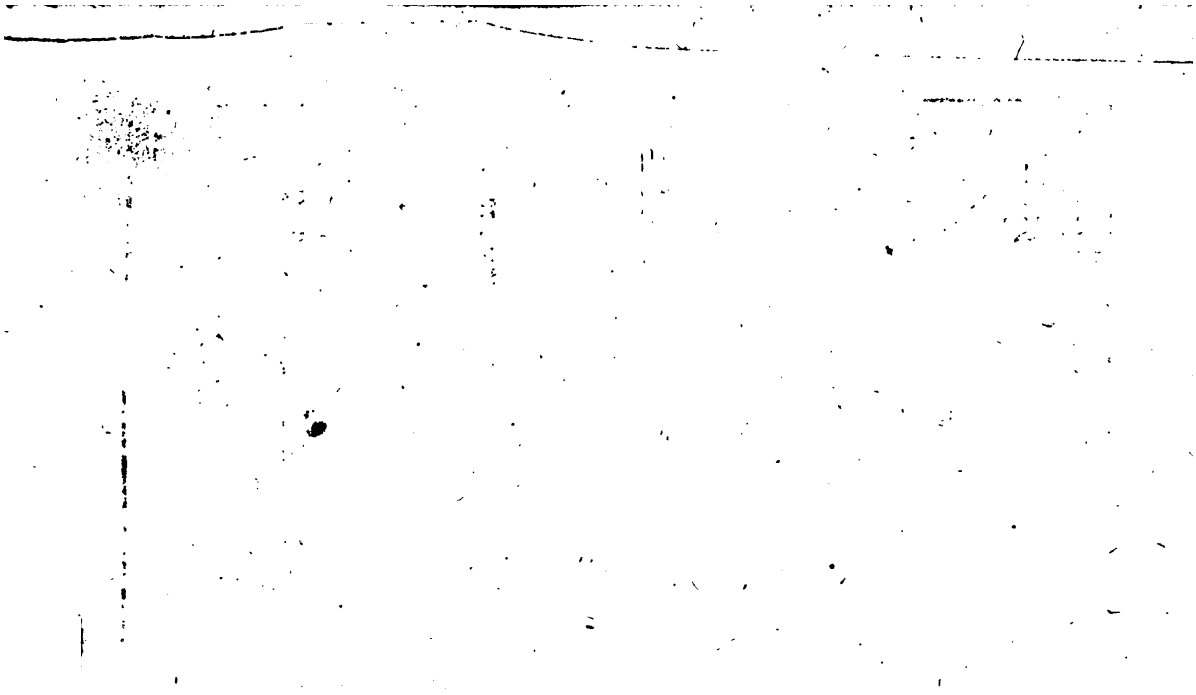
0.0000|833 Diff.
10

83|30

Log.

Log. prim. invent. 3.717420 8
8 3

x x x x
3.xxxxxx( 1 )1.858714
x xxxxxx x L. von 722/3( 1
vor die Seiten HB.

Auf dieſe Weiſe nun haben wir alle Winckel und Seiten der Feſtung außgefunden / worbey wir auch mit GOTT die Trigonometriam ſchlieſſen wollen / verhoffe anbey / der Lehrbegierige / wo er dieſes alles wohl eingenommen / werde alle noch vorkommende Fälle und Caſus von ſelbſten ſolviren können / er lebe inzwiſchen wohl!

E N D E.